

欢姐社学习漫画

爱淘书
www.itaobooks.com

漫相对论

(日)新田英雄 / 监修

(日)山本将史 / 著

(日)高津ケイタ / 漫画绘制

(日)株式会社TREND-PRO / 漫画制作

张舒鹏 / 译



SP

科学出版社
www.sciencep.com

KjndJedX出版社

★ 前 言 ★

欢迎大家来到相对论的世界！！

各位读者对相对论是一个什么样的印象呢？

相对论能够预言时间的推移延缓或者物体的长度缩短等平时生活中无法想象的现象，或许你们会以为它就像魔法一样不可思议。

不过，相对论与量子学一样，都是现代物理的奠基性理论，在理解物理知识时是不可或缺的。

自牛顿以来，当运动速度远比光速小的时候，分析运动所采用的标尺，即空间和时间完全可以认为是相互独立、永恒不灭的绝对性地存在着。

然而，在19世纪末，随着测量光速的精确性的提高，以及电磁学研究的进步，人们得知光速总是恒定不变的。于是人们不得不重新审视空间和时间——这些在过去一直被看做是绝对不变的概念。

而在此时，爱因斯坦登上了历史的舞台。

爱因斯坦舍弃了认为空间和时间是绝对不变的看法，而是认为空间和时间会一起发生变化从而使光速恒定不变。

这有点类似于日心说与地心说的争论。就是说对于在地面上过着平凡生活的人们来说，围着地球旋转似乎更加可信。这就相当于当物体的运动速度远比光速慢的情况。但是，只要进入太空，我们就会一目了然地明白确实是地球在转动。而这就相当于物体的运动速度接近光速的情况。

相对论就是通过这样的方式分析我们所居住的时空，并让我们比以往得到更准确的认识。也就是说，不是讨论时空应该是某种样子，而是追问时空处于怎样的状态——如此的探究最终产生了相对论。

初读前言，或许有读者仍如坠五里云雾中一般。不过希望大家能在皆木同学和浦和老师的陪伴下，在漫画的世界中畅游，尽情享受相对论带给大家的惊喜。

最后，对欧姆社的诸位编辑，为剧本编撰付出辛勤劳动的re_akino，以及画出如此妙趣横生的漫画的高津ケイ夕先生表示由衷的感谢。

那么，让我们赶快走进相对论的奇妙世界吧！

山本将史

目 录

 序 章	出乎意料的结业典礼	1
 第1章	什么是相对论?	9
1. 何为相对论		14
2. 伽利略相对性原理和牛顿力学		17
3. 光速之谜		23
4. 爱因斯坦抛弃牛顿力学		34
补充说明		40
关于光		40
每天都在验证“光速恒定原理”(SPring-8)		44
同时不再是同时? (同时性的相对性)		44
伽利略相对性原理和伽利略变换		48
伽利略相对性原理与爱因斯坦狭义相对论原理的不同		49
小专栏: 速度怎样合成?		50



第2章

时间延缓是怎么回事?

53

1. 浦岛效应	56
2. 为什么时间会变慢?	58
3. 时间延缓也是彼此彼此	66
4. 用算式来看时间变慢	75
补充说明	80
应用勾股定理证明时间延缓的算式	80
小专栏：时间会延缓多少?	83



第3章

运动加快则缩短变重?

85

1. 运动加快则长度缩短?	88
2. 运动加快则质量变大?	94
补充说明	108
用公式看长度的缩短（洛伦兹收缩）	108



第4章

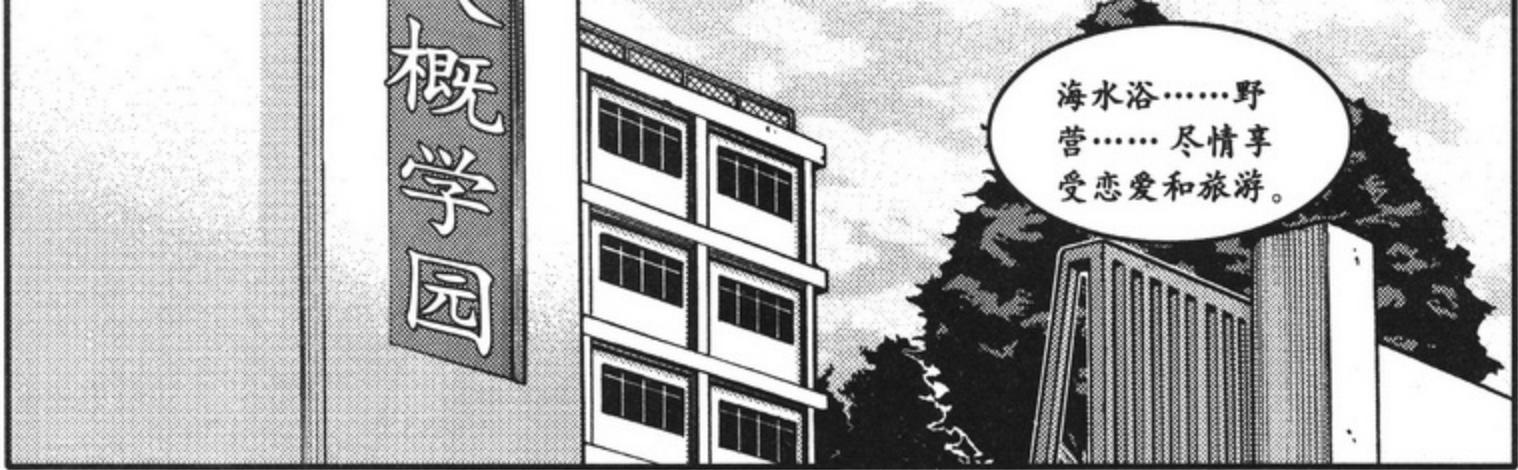
什么是广义相对论？

117

1. 等效原理	122
2. 光因为重力而弯曲	135
3. 时间因为光而延缓	145
4. 相对论与宇宙	151
 补充说明	 160
广义相对论里的时间延缓	160
广义相对论中重力的本质	165
由广义相对论推导出的现象	165
GPS与相对论	169



出乎意料的结业典礼







看，副校长都同意了。
对吧？

谁听得懂啊！
它分明是表示反对嘛！

话说回来，为啥咱学校的
副校长是条狗啊？

喂！
你差不多就行了！

哎呀，你就是那个学生
会主席，叫啥来着？

我们已经有其他作业了！
你还给我们火上浇油！

这个暑假我们可是盼了
很久了！！

学生会主席
皆木 瑶加

哼……有本事就由你代表
所有学生来上课啊？

啊？

这样，其他学生就可以
不用来上课了！

可是

可，可是，谁懂相对
论啊？

嘿，我说，只要交给皆木，
咱们不就可以享受美好的暑
假了……

你小子！这么无耻的
话都说得出口！

你连潜水镜都戴上
了，还好意思说！

喂……

不介意的话，我
可以教你们……
相对论！



那好，暑假过后可要提交相对论的学习报告哟。

请教浦贺老师是可以的，不过必须是你自己理解后独立写出来的哟！

如果你没有写出来的话……

遵命！

会怎么样？

像你这种血气方刚、单一纯情的小男生……

好可爱哟！

抛媚眼

鸡皮疙瘩掉一地啦！

汪

可恶！
我露出去啦！

呵呵



什么是相对论？







我擅长相对论，而且有你在，就能间接地牵制校长。

您这可是借刀杀人啊！

而且大家都会认为我热心指导学生，到时校长的宝座就是我的了，呵呵呵……

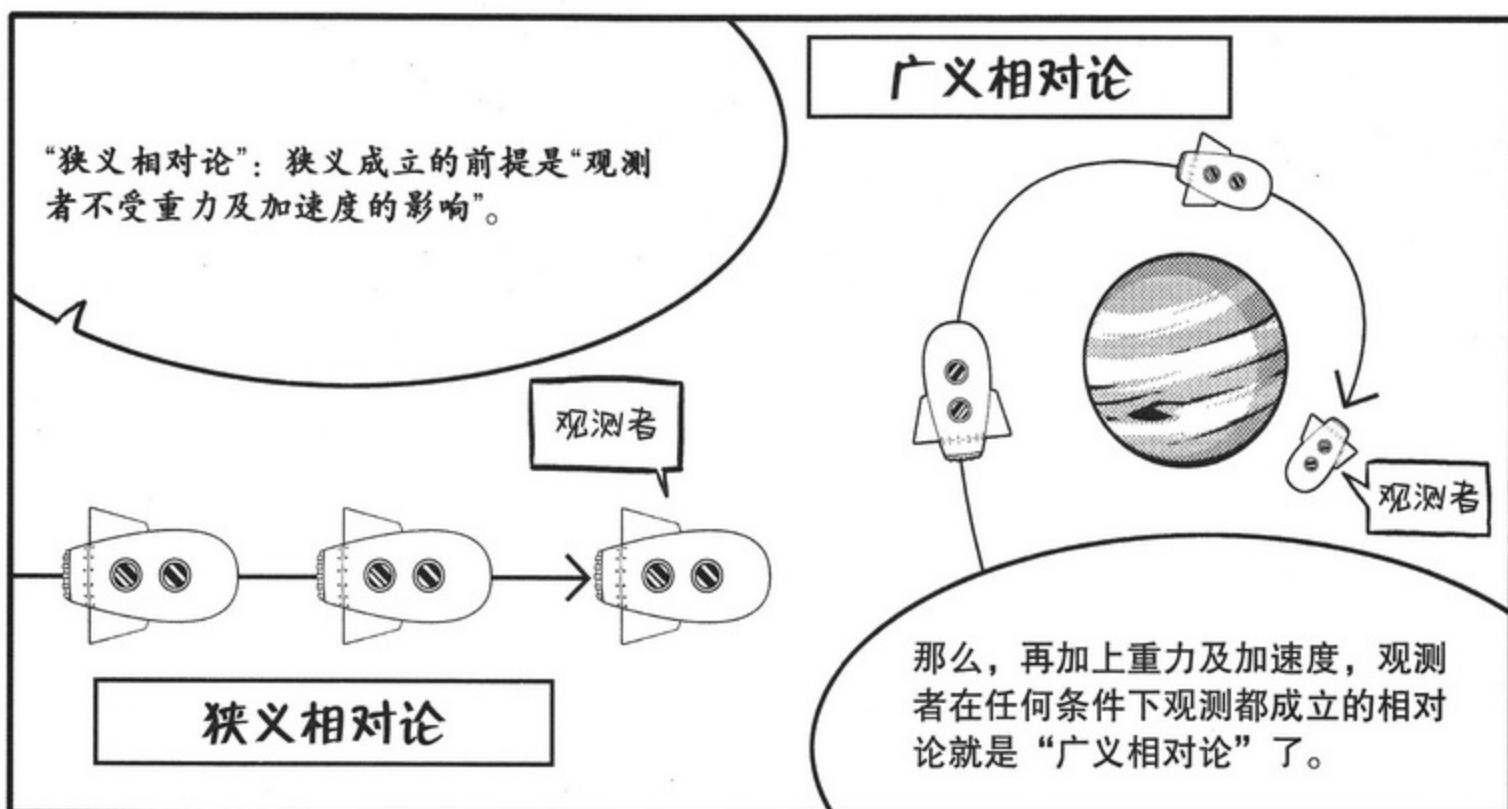
可真是“人不为己天诛地灭”啊！

好，我们马上开始上课！
首先，我们来看看相对论到底是什么！

……哦……



1. 何为相对论



在这里要先引入一个“惯性系”的概念，这个随后我还会细说。而限于惯性系下的就是狭义相对论了。

当去掉这个限制时就是广义的了。下面我来解释它们各是怎么回事。

如果非常非常粗略地来说呢，

在狭义相对论中，运动的物体运动时间会变慢，长度会缩短，质量会增加。

啊，变慢？
缩短？
真的会发生那样的事情吗？

缩短！
增加！

DX变身装置

你在瞎想些什么？

不过嘛，所谓运动的物体嘛，

如果不接近光速的话，是感觉不出那些变化的。

真棒！

在“广义相对论”中，有质量的物体会对空间及时间产生影响，产生重力。

产生重力？
什么意思啊？

相对雷光
闪！！

这个嘛……比方说光吧，

在产生很强重力的星体附近，
空间发生畸变而光也会弯曲，
并且时间也会变慢。

实际上也观测到了在重力很
强的天体附近经过的光是弯
曲的。

总之呢，广义相对论更高级更有难度，所以下面我会以狭义相对论为主来进行讲解。

好好谢谢我吧！

还不是因为你教不会
我的话就交不了差。

2. 伽利略相对性原理和牛顿力学



皆木同学，“匀速直线运动”你学过吧？

发现怪兽！

套上

嗯……是说以恒定的速度和方向运动，对吧？

没错！

静止的状态

就是说只要没有外力，静止的物体会持续静止；

我怎么变成怪兽了？

以恒定的速度和方向运动的状态

而一旦物体开始运动则以恒定的速度持续运动，遵循“惯性定律”。

然后呢，处于不受外力而静止或者匀速直线运动的状态，叫做“惯性系”。

喂！你打算让我飞到猴年马月啊！

那么，只要是惯性系就遵循同样的物理定律，这一原理就叫做“伽利略相对性原理”。

好像听明白了，
又好像没明白……

比方说，在静止的空间内
把一个小球扔向正上方，
它还会回到手中对吧。

同理，在以恒定速度行驶的电车
中向正上方扔小球，小球依然会
回到手中。

啊……就是说，自己所在的空间无论静止的还是运动的，都会发生同样的物理现象，对吧？

这么说来，其实地球也是
一直在旋转运动着呢……

同时呢，这也意味着观测运动的时候
不存在“绝对”标准。



这是什么意思呢？

你回忆一下坐地铁时的情景，

比如，以时速50公里行驶的电车A和以时速50公里行驶的电车B相遇时，

双方都觉得对方是以100公里的速度在行驶，对吧？

啊，没错没错。

这是因为在观察运动的时候是从自己和对方的关系出发的，

而这就是“相对”式的思维方式。

虽然地球和宇宙都在不断运动，但根据相对性原理，我们可以把自己看做是静止的，

然后观测相对运动的物体。

也就是以自己为基准来看物体的运动……

对！

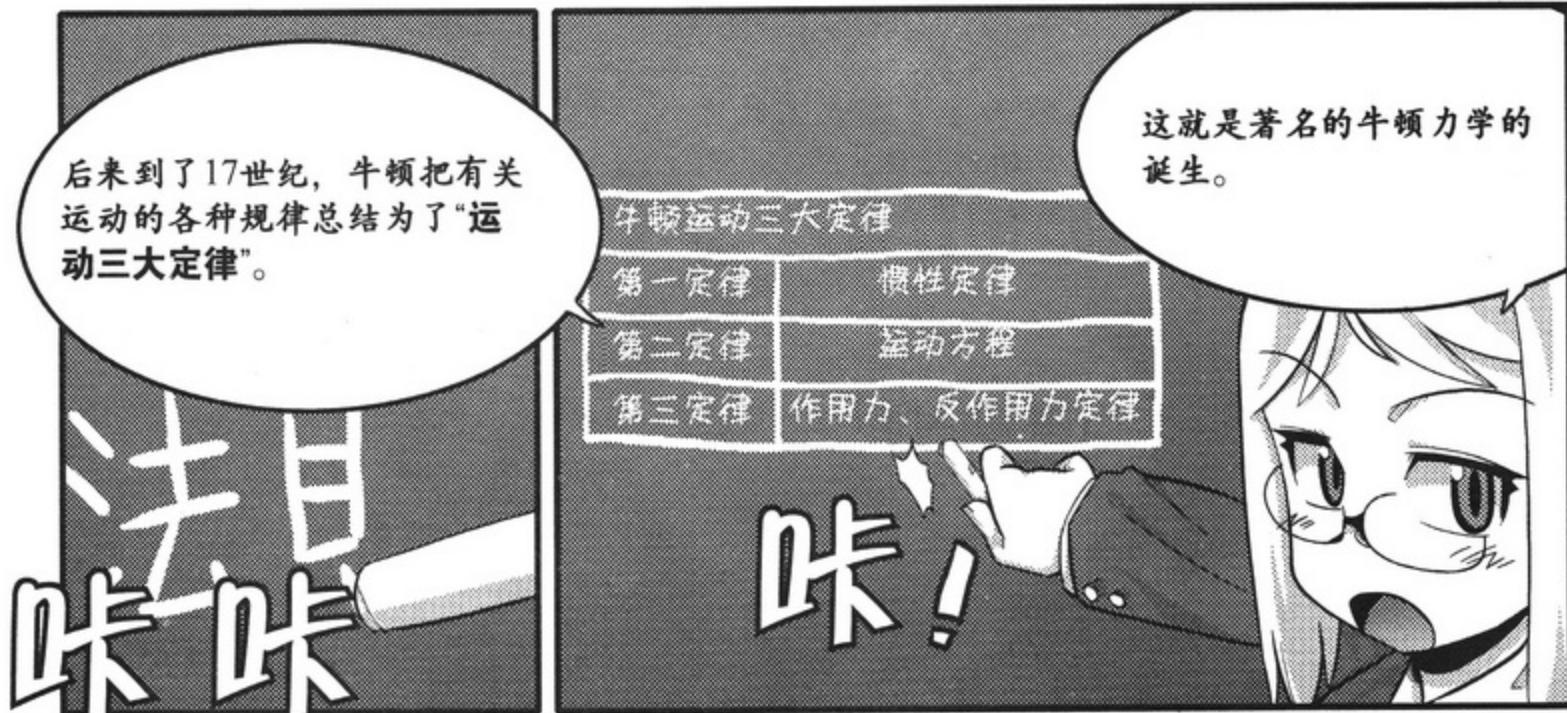
把自己看做静止的，从而相对地看待运动……正因为如此，

由此得出的原理/定律就可以放之四海而皆准。

自己才是基准

当——当！

看来，进行相对地思考很重要啊。



3. 光速之谜

那……谁让这是校长制定的呢，谁能解释得清啊。

1. 尊敬校长。
2. 每天为校长做一件好事。
3. 任何事都不责怪校长。
4. 不许乱给副校长喂食。

啊哈哈，连牛顿都拿它没辙呢。

你说的那是校规！

我这可说的是光的速度¹！

老师，
跟您开玩笑也别真
动手啊。

谁让你要我！

可是老师，光速跟相对论
有什么关系啊？

关系非常大啊！

简直可以说，相对论就是
由光速之谜产生的。

1. 日语中“光速”与“校规”发音相同——译者。

1879年爱因斯坦出生的时候，人们
已经通过各种各样的实验测得光的
速度大约是每秒钟30万公里。

从地球到月亮大概是
38万公里。

以光速行驶的话，约1.3秒到达。

平时感觉光一瞬间就到了，原来它也是有一定
的速度啊。

仅测出了光速就已经是划时代的
发现了……然而当时又出现了另一个更具冲击性的发现。

啪！

嘻嘻

1864年，一个叫麦克斯韦的人
完成了“麦克斯韦方程组”，他
用这个方程组来描述电场和磁场
的关系。

电场和磁场的关系？

James Clerk
Maxwell
(1831~1879)

大家好

算式本身很难，就不说了，但通过这个算式人们得知光的本质其实是一种“电磁波”。

同时也知道了光的速度是恒定不变的。

大概就是这样一个算式。

$$C = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

从一个算式就可以知道那么多吗？

虽然听起来有点不可思议，不过由于它可以用算式表示，因此能够作为物理定律来证明。

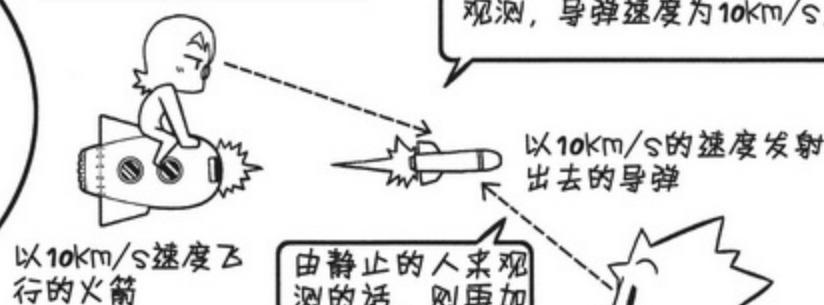
当然，反之亦然。

非常感谢
您的发现

原来如此……可是光速恒定对相对论来说是个问题吗？

当时，人们认为牛顿力学可以解释所有的物理定律，而运动着的物体的速度则被认为因观测者不同而异。

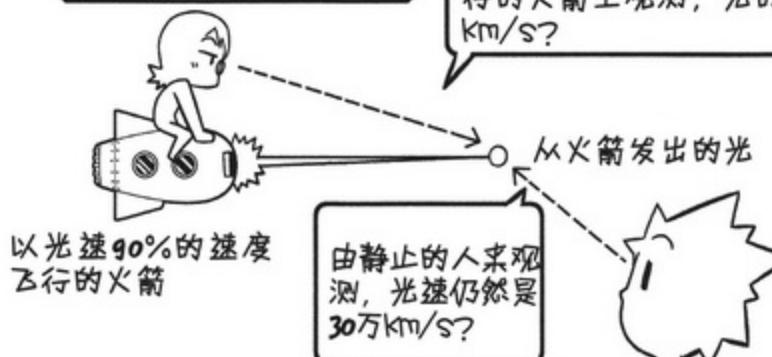
牛顿力学



坐在以10km/s速度飞行的火箭上观测，导弹速度为10km/s。

所以问题就来了：光速恒定究竟是指相对于什么是恒定不变的？

光速下



坐在以速度为光速的90%的速度飞行的火箭上观测，光的速度是30万km/s？

为解决这个问题而提出了“以太”的静止——“绝对静止空间”。

以太？好像在哪里听说过……

刚才讲过，由麦克斯韦方程组可知，光是一种电磁波，

称其为电磁波，这是因为人们认为光跟声音等一样都是波的一种。

所以呢……人们认为如果是波，就应该存在一种传播它的“介质”。

什么是介质啊？

夏威夷音乐

声音以空气为介质传播

海浪以海水为介质传播

就是指波状运动借以传播的物质。比如说，声音的介质是空气，而海浪的介质就是海水。

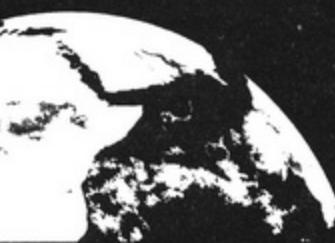
叮咚

静

确实，因为宇宙里没有空气，所以声音无法传播，

然而光却能到达地球。

叮
咚

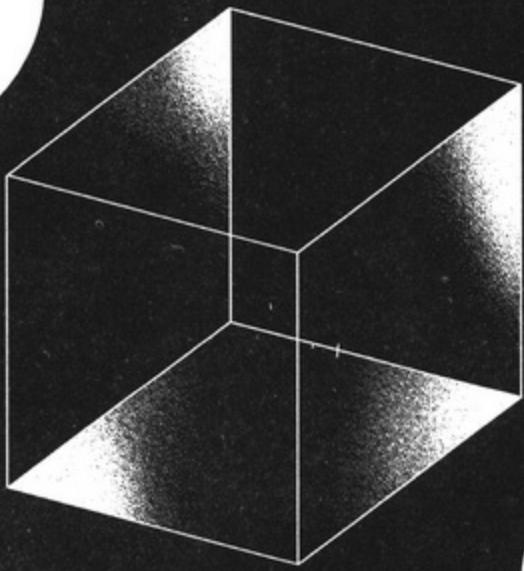


所以人们认为宇宙中存在能传播光的介质也就理所当然了，对吧，老师？



由此而假设出来的，就是填充宇宙真空的未知介质——“以太”。

就是说，就像地球上存在空气一样，宇宙里存在着以太。



不过呢，这也不过是一个概念上的假想，并没有实际证明出它的存在。

下面来说说绝对静止空间的概念……首先来解释一下什么是“坐标系”吧。

坐标系又是什么啊？

指的是用来测量静止和运动物体的位置及时间的基准。简单解释的话，就当它是用来把握空间及时间的地图好了。

坐标指的就是X轴啊、Y轴啊那类的坐标吗？

差不多算是吧。只不过坐标系不仅包括了空间，同时还包括了时间。

也包括时间啊！

然后人们假设以太呢，也有一个不会变动的坐标系，就好像3D软件里的X、Y、Z轴一样。

而那就是绝对静止空间，仿佛星星飘浮在银河中一样。

就是说，以太是不会运动的，是吧？

这个嘛，反过来说，也就是以太来决定看起来静止的坐标，由此形成绝对静止空间。

老师，以太实在是太不可思议啦。

如果把宇宙比作一个巨大的玻璃缸的话，则里面充满了看不见、摸不到甚至不会动的“以太”之水，

而玻璃缸的边儿则是固定的坐标，

星星们就在这个玻璃缸里游动。

提问！那么，这跟光速恒定又有什么关系呢？



嗯，如果结合光来说的话，

当时认为光在绝对静止空间里相对于静止不动的人来说以每秒30万公里传播，

观测为每秒30万km。

那么，在绝对静止空间之外，也就是从移动的物体制观测的话，光速会有什么变化呢？

也就是说，仅当在绝对静止空间观测时，光的速度才是一个恒定值，准确说是299 792 458米/秒。

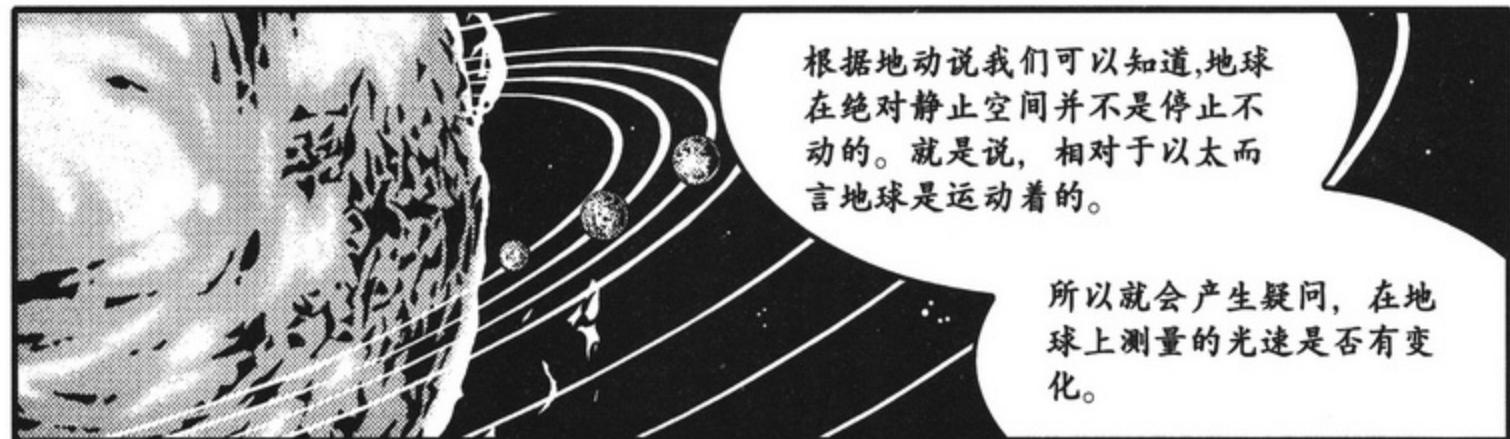
问得好！这就是重点。

当时认为如果站在移动的物体上观测绝对静止空间，则光的速度看起来会有变化。

应为每秒30万km减去火箭的速度？

就是说不再是恒定值了，对吗？

没错，就是这么回事。



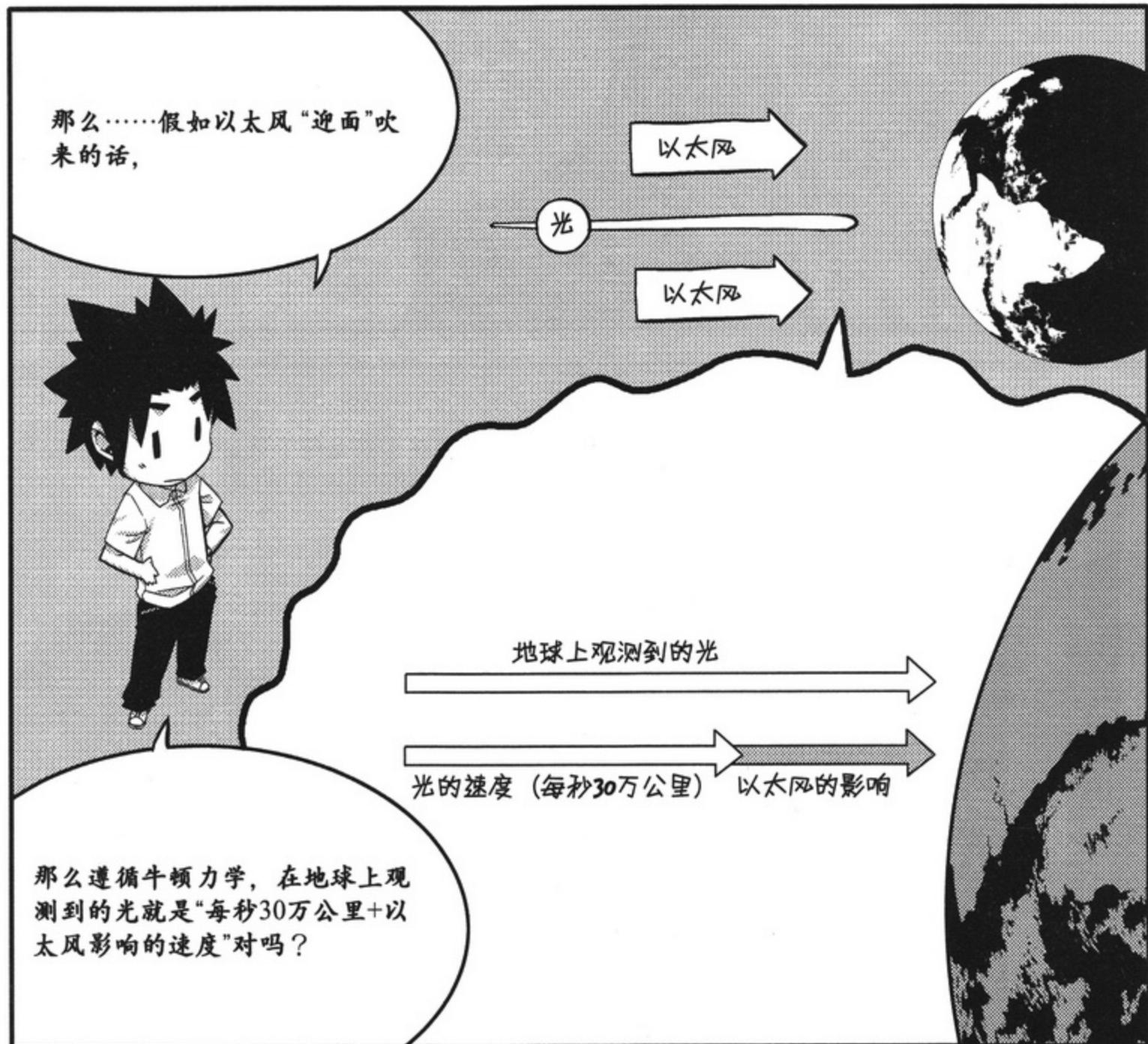
根据地动说我们可以知道，地球在绝对静止空间并不是停止不动的。就是说，相对于以太而言地球是运动着的。

所以就会产生疑问，在地球上测量的光速是否有变化。



所以可以假设，如果地球有以太风吹过的话，

受它的影响，地球上光的速度就应该与每秒30万公里有偏差。



如果得以确认的话，不但能求出地球相对于绝对静止空间的速度，

还能证明以太和绝对静止空间的存在，确实是个很庞大的实验。

那么，结果究竟怎样呢？

谁知道竟然没有测定出“以太风的影响”！

也就是说，不但没确认出以太的存在，而且还出现了违反伽利略相对性原理的现象。

啊？啊！

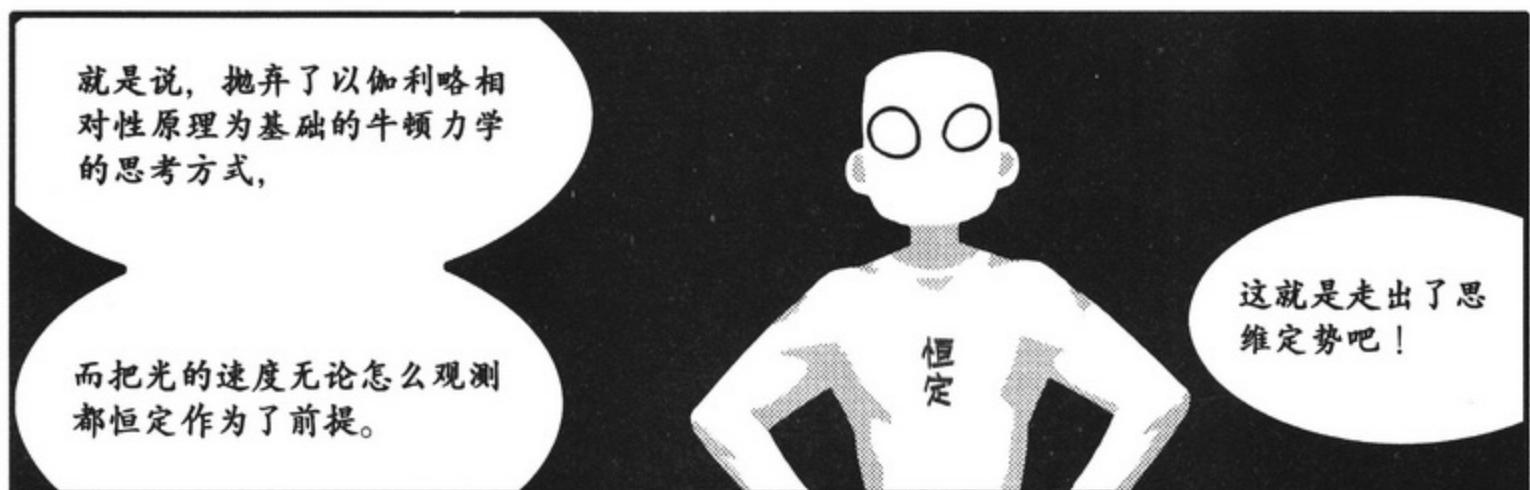
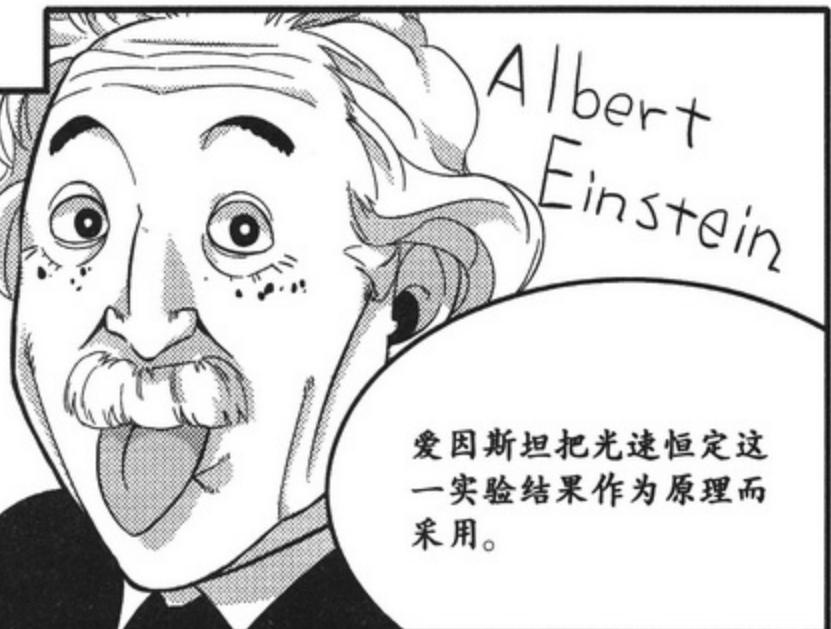
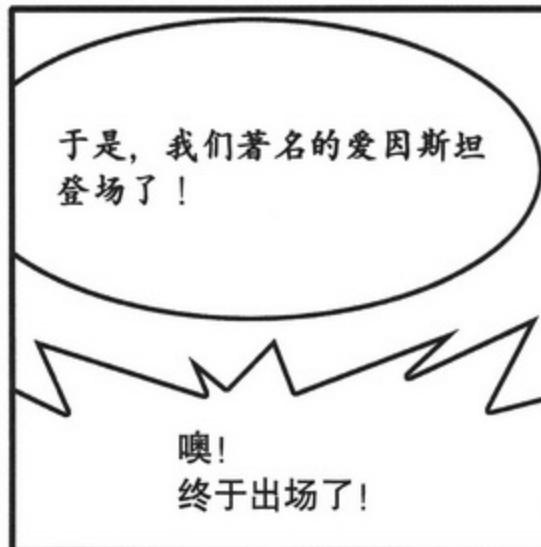
这样一来……就说明即使从运动的物体上观测，光的速度也是恒定不会变化的啦？

从静止状态观测，光的速度是每秒30万公里。

从运动状态观测，光的速度依然是每秒30万公里。

没错。光速不变是伽利略相对性原理无法解释的重大现象。

4. 爱因斯坦抛弃牛顿力学



就是说不再把光作为特例看待了？

说得没错。



无论是宇宙还是地球都在不断运动，所以宇宙里无法找出一块完全静止的地方。

地球在运动

既然找不出，那就连这样去假设也没有必要。

包括地球在内的太阳系也在运动

包括太阳系在内的银河系也在运动

包括银河系的……

就是说，光的速度并不是从绝对静止空间观测出的，而是把它定为无论怎么观测都是每秒30万公里，对吧？



我们知道，“速度”等于“移动的距离÷时间”。

所以，要是光的速度恒定的话，那么发生变化的就是距离和时间——这就是狭义相对论的大前提。

这么听上去感觉怪怪的，然而实际上就是那么一回事，对吗？

“时间”和“空间”在牛顿力学中一直以来都被认为是不相干的两回事……

然而在狭义相对论中则以“时空”的形式合起来考虑，这可是非常了不起的。

听老师这么一说，好像真的很了不起啊。

那可是相当的！
那么，关于狭义相对论的具体内容，我们下节课再讲吧。

是！
谢谢老师！

老师，我现在好像热血沸腾起来了！！

大夏天的，你不热我还热呢……



什么东西打的我？
艺术体操球？

邦

哎呀，弹起来了。
小心我的包包！！

老师，您先关心一下学
生的安危啊……



有没有伤到哪里啊？

太好了！
担心死人家了……

啊，嗯……（我的包
包）没什么大事。

你们两个把我这个
受害人当空气啊！

话说回来，你刚才是在哪里练习的？

麻烦老师了，谢谢。

皆木同学，你要好好加油哟！

嗯？
你怎么会知道……

莫非你一直在关注我？

少臭美！

你忘了自己当着全校学生的面立下的军令状啦？

……啊！



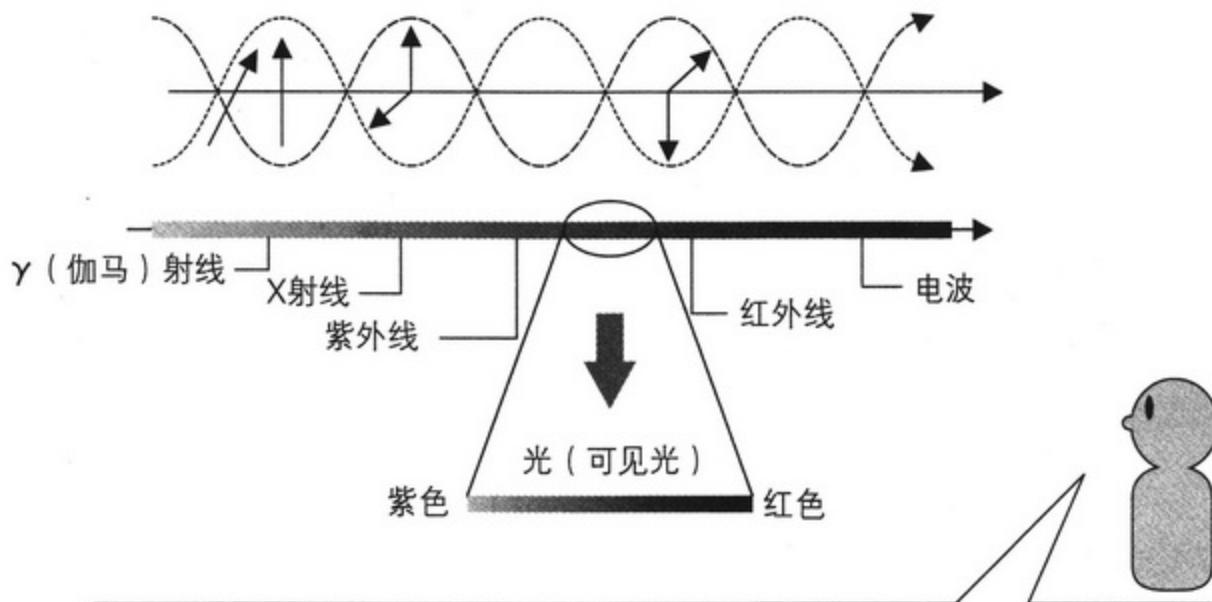
补充说明

关于光



由麦克斯韦方程组可知，光是电磁波的一种。除此之外，光还具有各种各样的性质和特征。光波是电磁波，光的颜色由波长（或波长的倒数——振动频率）决定的。红色光波较长（约630纳米“1纳米=10⁻⁹米”），反之蓝色光波较短（约400纳米）。

光是源于电和磁（电场和磁场）的电磁波



由电场和磁场振荡而传播的电磁波，根据波长（波峰到波峰或波谷到波谷的距离）不同，可分为电波、红外线、光（可见光）、紫外线、X射线、γ（伽马）射线。
平时说的光指可见光，由上可知，光是电磁波的一种。

◆ 图1.1 光是电磁波

光在我们的生活中随处可见，再普通也不过了，然而它却与现代物理的两种代表性理论——“相对论”和“量子论”息息相关。

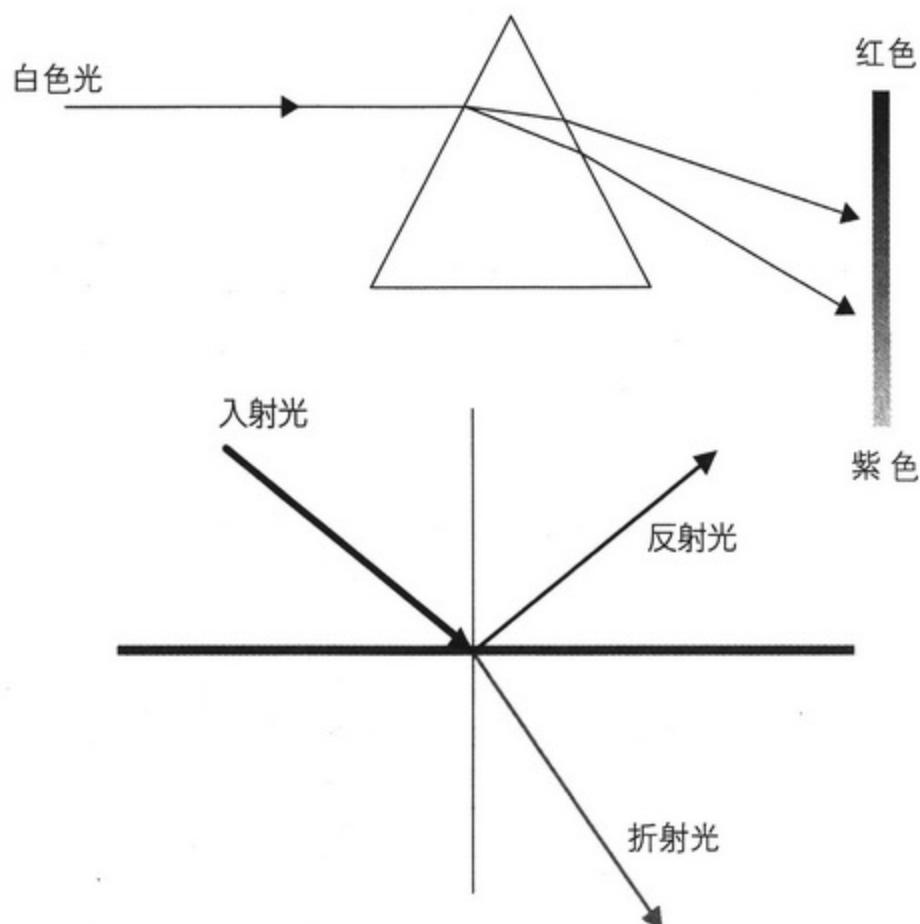
不过在此之前，我们先来看一些已被熟知的光的性质。

首先，很早以前人们就知道光的一个性质，即在镜面及水面发生反射。此外，大

家也都知道折射吧，在浴缸中自己的腿看起来比较接近水面就是一个例子。此外，当光发生折射时，因光的波长的不同而产生折射角的不同，这就是光的“色散”的性质。

由于光具有色散这种性质，彩虹才会看起来有七种颜色。此外，精密的相机镜头就是巧妙地利用反射、折射、色散等性质制作出来的。

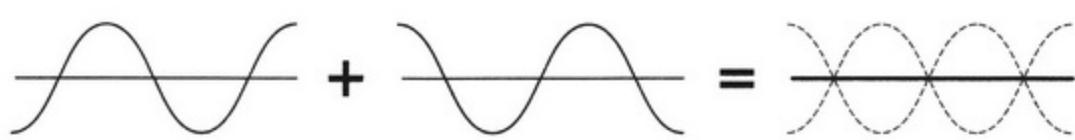
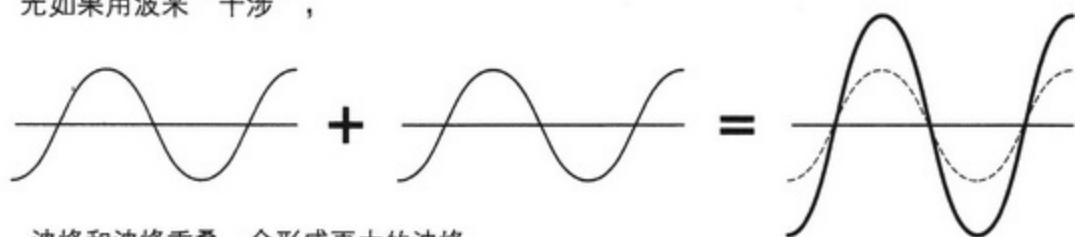
色散：由于光的波长导致折射的角度不同的性质



◆图1.2 色散、反射、折射

另外，由于光是一种波，因此可以看到光的“干涉”和“衍射”。“干涉”就是指，由于光波的振幅中波峰和波谷的关系，导致光波互相加强或相互减弱的现象。

光如果用波来“干涉”，

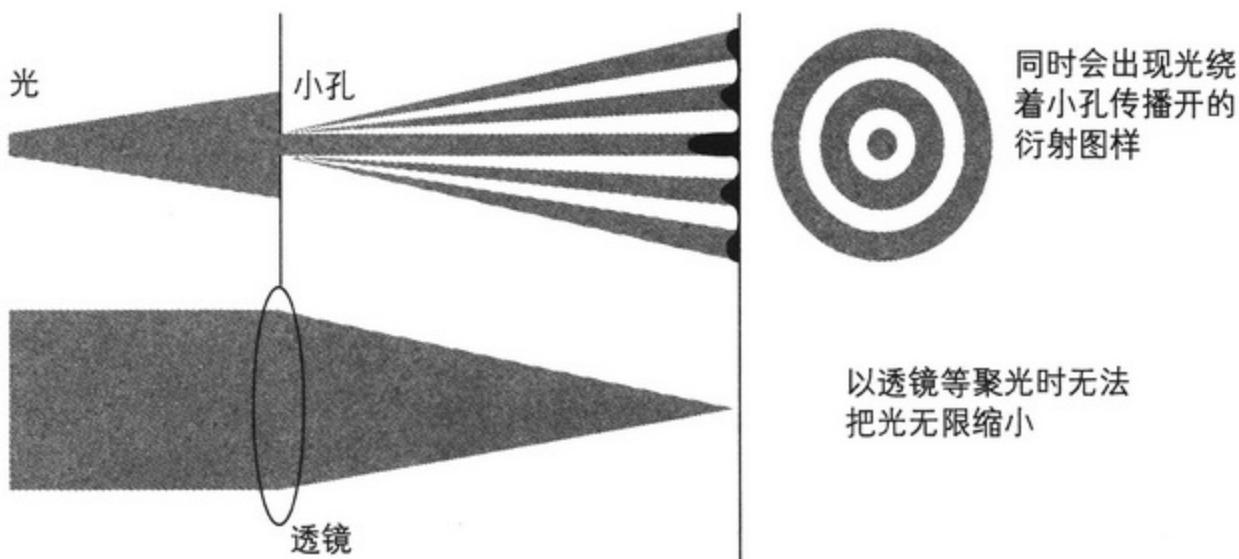


波峰和波谷重叠，会相互抵消从而变平

◆ 图1.3 干涉

另一方面，所谓“衍射”是指，当光通过宽度跟波长差不多的狭缝或小孔时，光会绕着小孔（开口）传播开来。反过来说，衍射也是在使用透镜聚光时无法把光无限缩小的原因。

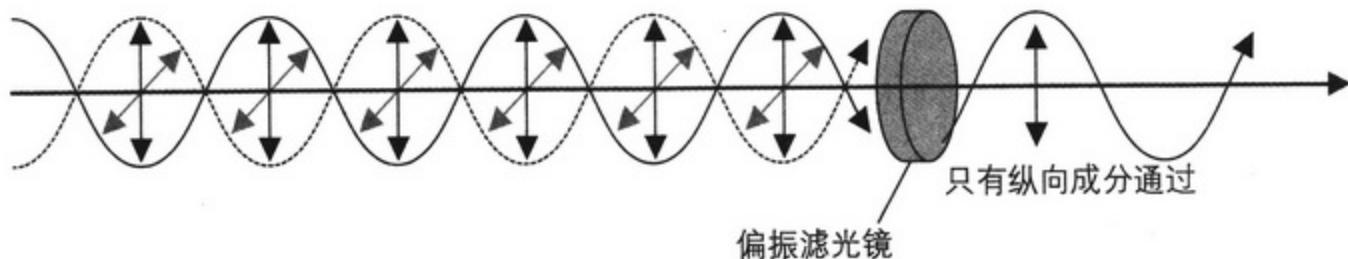
衍射：衍射是当光通过小孔时光绕着小孔（开口）传播开的现象



◆ 图1.4 衍射

除了上述性质，由于光属于振动方向与传播方向垂直的波，也就是“横波”，所以具有“偏振”的性质。

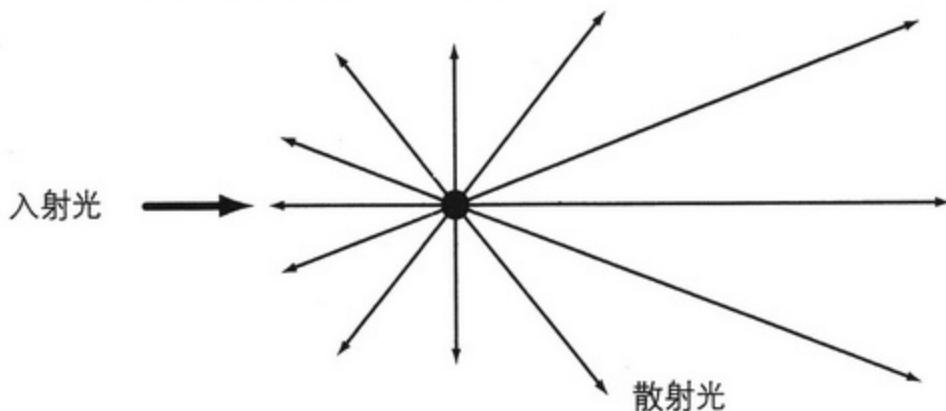
偏振光：光是横波，根据电场和磁场的振动方向不同，光的强弱会发生变化。由此可以使用只让其在振动方向通过的过滤器（偏振滤光镜）来改变光的强弱



◆ 图1.5 偏振光

此外，光还有一种叫做“散射”的性质。所谓散射，是指光遇到空气中的尘埃等而导致光的传播方向发生改变的现象。天空整体看起来呈蓝色，就是由于来自太阳光中波长较短的蓝色光比波长较长的红色光更多地被散射的缘故。

来自太阳的光中，波长较短的蓝色比波长较长的红色光被更多地散射，所以天空整个呈蓝色



◆ 图1.6 散 射

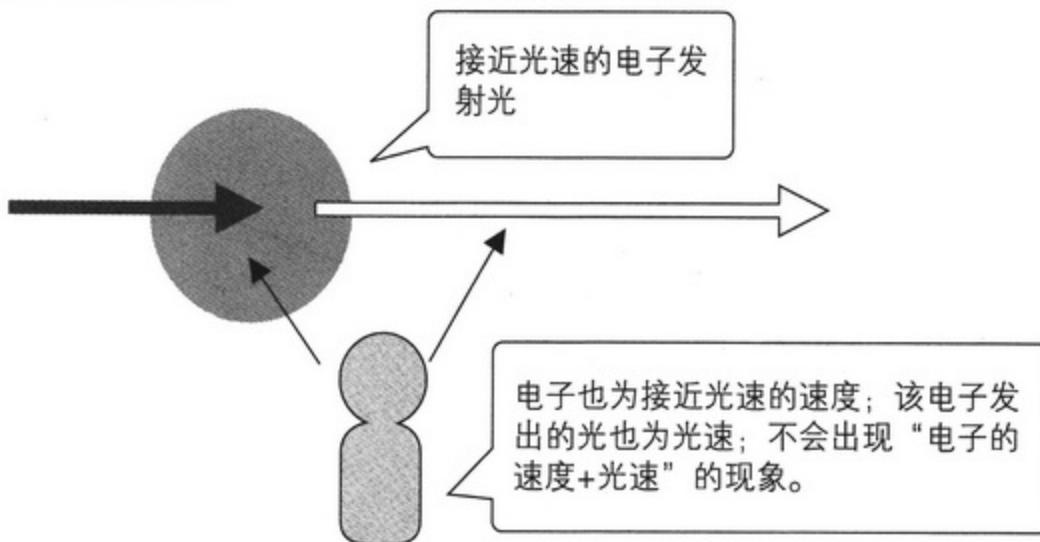
虽然光存在于我们身边已经见怪不怪了，但它的性质却无时无刻不在我们生活的方方面面发挥着重要作用。

每天都在验证“光速恒定原理”（SPring-8）



“光速恒定原理”作为相对论的两个前提的其中之一，人们对它是否成立进行了各种各样的验证。其中一种验证方法是，对于以近似光速运动的电子，测定它发射出的光的速度。SPring-8，是位于日本兵库县的一座发射光装置（制造光的工厂：光子工厂）。发射光装置，可以把电子加速到接近光速（光速的99.9999998%），以此来产生非常强力的光。在那里，接近光速的电子每天都会发射光，而所发射的光的速度并不是光速的1.99999998倍，而是实实在在的光速。

利用SPring-8，速度接近光速的电子产生光，而这种光也被观测为光速。



◆ 图1.7 利用SPring-8验证光速恒定

同时不再是同时？（同时性的相对性）



我们思考“光速恒定原理”时，会发现各种各样不可思议的现象。其中有一种现象，是说我的同时与你的同时不是一回事，这叫做“同时性的相对性”。好像有些读者已经开始诧异了。那么在这里，我们再来仔细看看什么是“同时”。

为了搞清楚这个不可思议的现象，我们来比较“牛顿式的速度叠加（传统的非相对论式加法）”和“光速恒定（速度遵循相对论加法）”这两种情况。

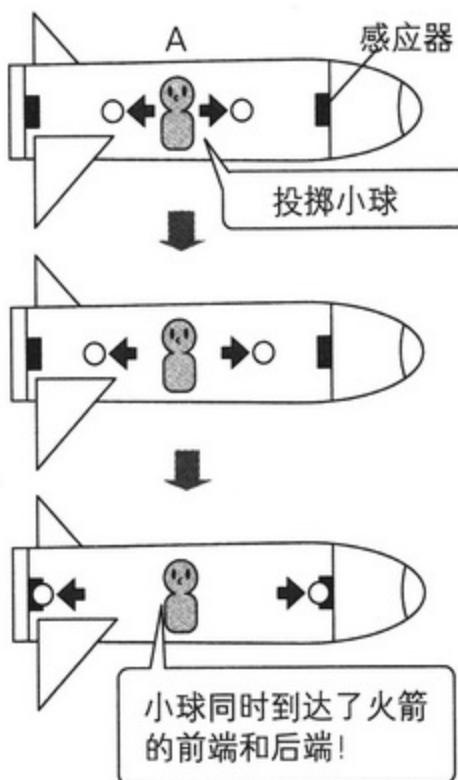
假设当从宇航站上观测时，有A和B两个人：A坐在以恒定速度行驶的火箭里，而B则在静止的宇航站上观测A。

假设A站在火箭的中央。在火箭的前端和后端各放一个感应器。A朝前端和后端分别投掷小球，或各发射一束光。下面我们来观测小球或者光怎样接触到前端和后端的感应器。

■ “牛顿式的速度叠加”（传统的非相对论式加法）情况

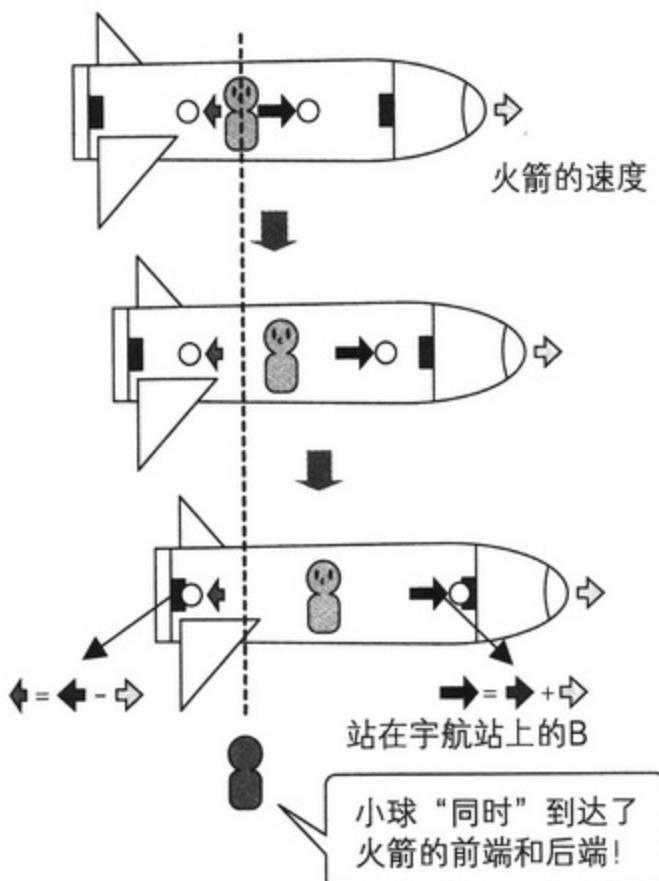
首先，我们来观测按照普通的加法来计算速度的情况。换句话说，在考虑相对论前，先通过小球的运动来考虑牛顿式速度叠加的情况。

在使用传统的非相对论式加法的情况下，A在火箭内观测小球的运动。



小球同时到达了火箭的前端和后端！

使用传统的非相对论加法的情况下，B从宇航站观测火箭内小球的运动。由于小球随火箭一起运动，所以朝前端时小球的速度加上火箭的速度，而朝后端时则减速，所以“同时”到达（用箭头的长度来表示小球速度的不同）。



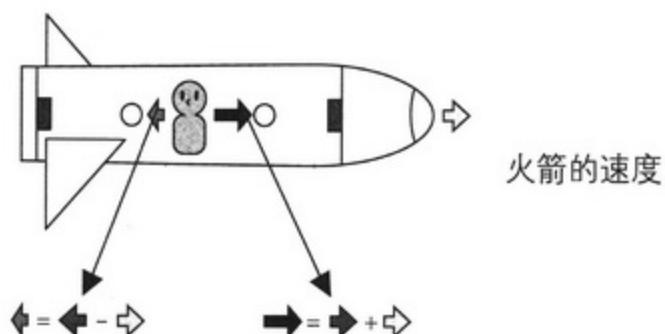
◆ 图1.8 牛顿式的速度叠加

看图1.8，先来观测一下A。

对于A来说，火箭没有运动，所以小球从中央以相同的速度飞向火箭前端和后端的感应器，因此小球“同时”到达感应器。

下面来观测一下站在宇航站上的B。火箭沿前进的方向慢慢前进。也就是说，以小球出发的点（虚线）为基准，火箭的前端逐渐向前（远去），而后端则一步步靠近虚线。然而，对于朝前方投掷的小球，它的速度要按普通的加法再加上火箭本身的速度，这样速度增大，去追上不断远离的火箭前端（参考图1.9）。而另一方面，朝后端投掷的小球，它的速度要减去火箭本身的速度（图中用较短的箭头表示），慢慢到达迎头追赶上来的火箭后端。由此，B也会观察到两个小球是“同时”到达火箭前端和后端的。

使用传统的非相对论式加法计算的情况下，由于小球和火箭一起进行运动，所以朝火箭前端，小球的最终速度=火箭的速度+小球原本的速度；朝火箭后端，小球的最终速度=火箭的速度-小球原本的速度。所以，两个小球“同时”到达（用箭头的长短表示小球速度的不同）

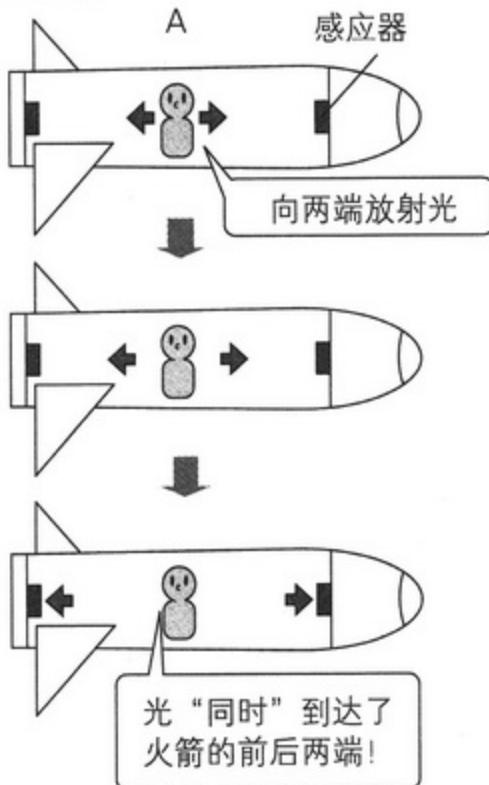


◆ 图1.9 传统的非相对论式加法

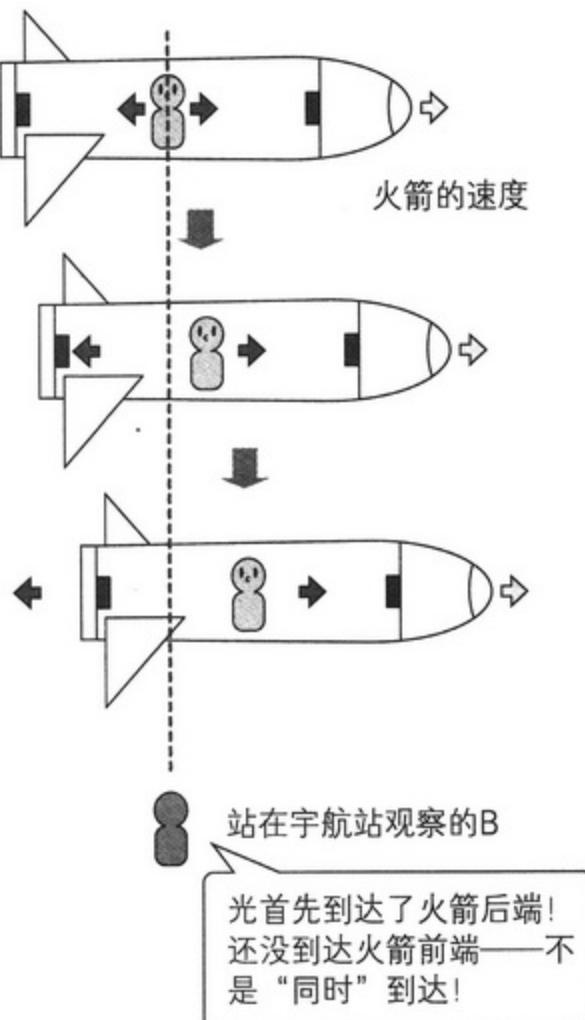
■ “光速恒定原理”（速度遵循相对论加法）的情况

下面来考虑“光速恒定”下的情况。

光速恒定时，A坐在火箭里观察光的运动。



在光速恒定的情况下，B站在宇航站观测火箭内的光的运动。由于光以恒定的速度运动，所以首先到达火箭的后端，而较慢到达前端。



◆ 图1.10 “光速恒定原理”（速度遵循相对论加法）的情况

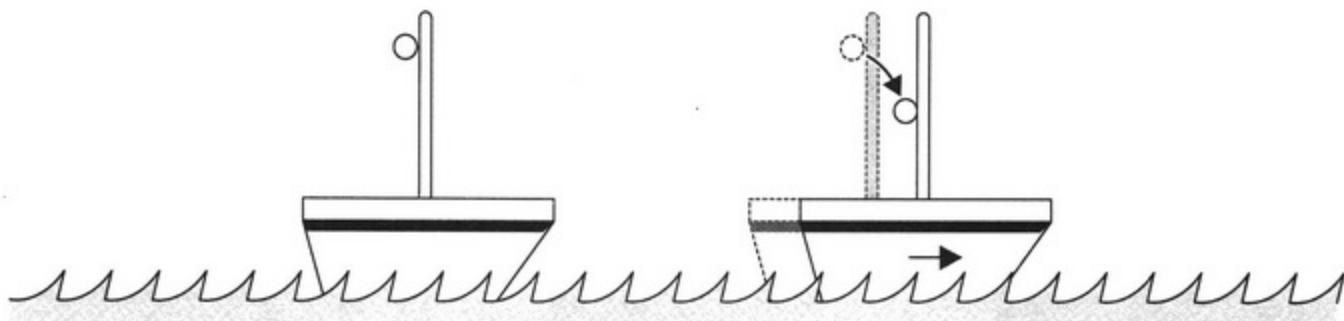
或许读者们已经发现了吧，B的观测结果发生了变化。A即使在光速恒定的情况下，光依然会“同时”到达火箭的前后两端。然而，由B来观测的话，由于光速是恒定的，所以朝火箭前端发射的光要额外追赶火箭前进而相应产生出距离，所以慢些才能到达前端。而与此同时，朝后面发射的光会遇到迎面追赶过来的火箭后端，所以要比朝前端发射的光先接触到感应器。也就是说，站在B的角度观测的话，光不会“同时”到达火箭的前后两端。

像上面这样，由于观测者所处的观测情况不同，“同时”这个现象也会发生不同。这就叫做“同时性的相对性”。

伽利略相对性原理和伽利略变换



所谓伽利略相对性原理，是指“无论观测的坐标系处于静止状态还是以恒定速度运动的状态，物理定律均相同”。在伽利略所处的时代，所谓物理定律就是指有关运动的定律，也就是牛顿力学，所以可以说“无论观测的坐标系处于静止状态还是以恒定速度运动的状态，运动均相同”。当时通过从船的桅杆上抛下铁球的实验，推导出了这个原理。也就是说，无论船是行驶还是静止，从桅杆顶上落下来的铁球都会落到桅杆的正下方——这个事实能够确认伽利略相对性原理的正确性。



实际上，船在运动，铁球也会随之运动，所以还是会落到正下方

◆ 图1.11 伽利略相对性原理

那么，这种相对性原理得以成立的坐标系之间又有什么关系呢？伽利略对这个问题进行了思考，发现了坐标系之间具有如下所示的关系。这叫做“伽利略变换”。在此，把带撇儿（'）的叫做由静止坐标系观测到的坐标。

$$x' = x - vt \quad t' = t$$

上面的公式表示的就是，相对于静止坐标系，以恒定速度 v 运动的坐标系，与静止坐标系之间的坐标间关系。

那么，如上所述，惯性系之间通过伽利略变换而相互产生联系。可以证明，与牛顿运动方程进行比较的话，在被伽利略变换连接起的惯性系之间，牛顿运动方程的形式是相同的。也就是说，只要伽利略相对性原理成立，牛顿力学就成立。

伽利略相对性原理与爱因斯坦狭义相对论原理的不同

如前所述，伽利略相对性原理与伽利略变换相结合，证明了牛顿力学的成立。但是，随着麦克斯韦方程的发现，进行伽利略变换会导致方程形式发生改变，这把当时的物理学家们难住了。于是，爱因斯坦认为，要想让相对性原理成立，就不能再用使牛顿力学成立的伽利略变换，而需要一个同时满足电磁学的麦克斯韦方程成立的新的变换（洛伦兹变换）。

所谓洛伦兹变换，就是下面的两个式子。这里也同前面介绍的伽利略变换一样，带撇儿（'）的表示由静止坐标系观测到的坐标。也就是说，这两个式子表示相对于静止坐标系而言，以速度 v 运动的坐标系与静止坐标系之间的坐标间关系。在这两个式子里，增加了光速 c 这个要素。此外，另一个要点是，时间 t 也会以近似长度的形式发生变换。也就是说，时间不再单独存在，而必须结合空间一并来考虑。

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

小专栏 速度怎样合成？

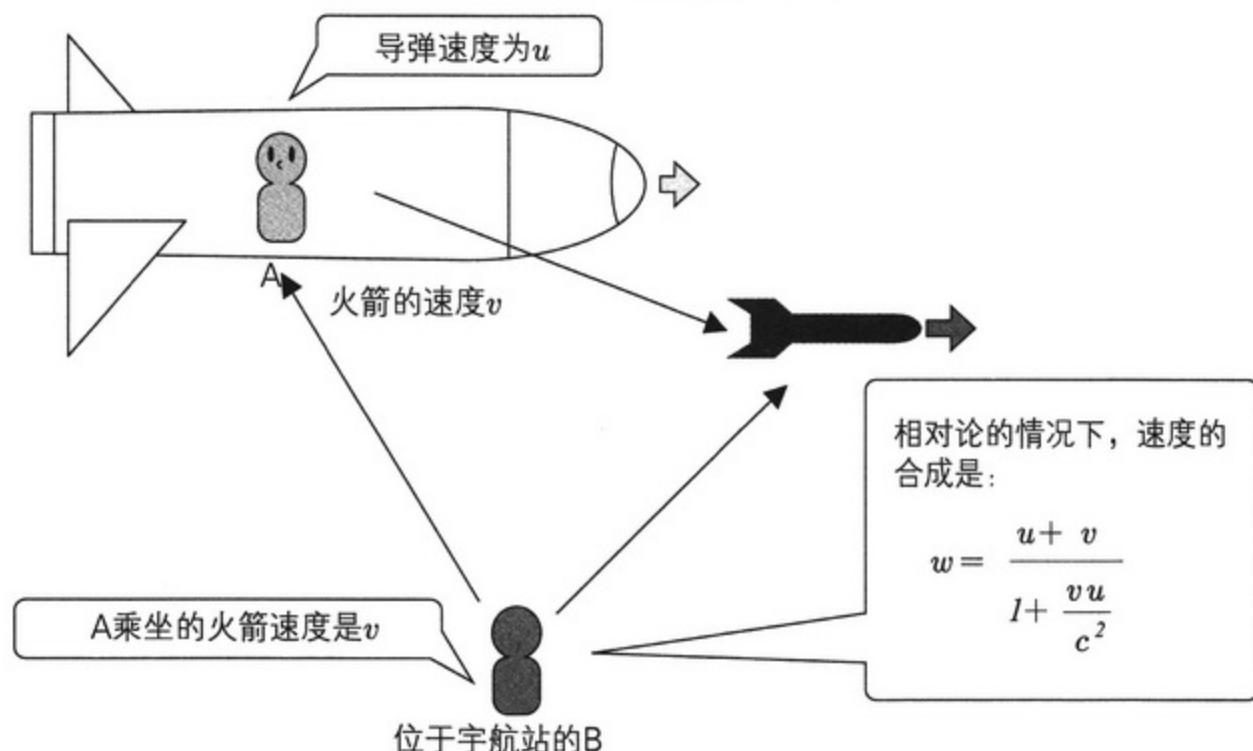
在“光速恒定原理”下，速度是怎样合成的呢？

根据相对论，以“洛伦兹变换”为依据来计算，那么速度的合成则依据以下的公式来计算。

$$w = \frac{u+v}{1+\frac{vu}{c^2}}$$

这就是说，假如设火箭的速度是 v ，从火箭发射出的导弹的速度（从火箭上观测到的）设为 u ，则这2个速度相加后的速度 w 就按上面的公式来表示。大家可以看到，这个公式跟通常的加法（非相对论式的）算式 $w=u+v$ 是不同的。

非相对论的情况下，B站在宇航站观测从火箭发射出的导弹时，如果设火箭的速度是 v 、从火箭观测到的导弹的速度是 u 的话，则速度的合成是 $w = u + v$



◆ 图1.12 速度的合成



在上述公式里代入具体的速度，会看到有趣事情的发生。

比如说，当火箭的速度 v 为光速的50%，从火箭观测到的导弹的速度 w 为光速的50%的情况下，B观测到的导弹的速度则为，

设 $u=0.5c$, $v=0.5c$, 则

$$w = \frac{(0.5c + 0.5c)}{\left(1 + \frac{(0.5c)^2}{c^2}\right)} = \frac{c}{1.25} = 0.8c$$

导弹的速度实际为光速的80%。而且，假如火箭的速度 v 是光速的100%（虽然实际上像火箭这样有质量的物体不可能达到 $v=c$ ），而且由火箭观测到的导弹的速度 w 为光速的100%的时候，由B观测到的导弹的速度 w 则为，设 $v=c$, $u=c$

$$w = \frac{(c + c)}{\left(1 + \frac{c^2}{c^2}\right)} = \frac{2c}{2} = c$$

导弹的速度实际为光速。也就是说，在相对论中，无论在怎样的情况下都无法超过光的速度。



时间延缓是怎么回事？





1. 浦岛效应

有人解释说，浦岛太郎解救的海龟其实是个外星人，然后他带着浦岛以亚光速飞到了自己居住的外星球上——

所以，浦岛就跟地球上产生了时间上的错位。

原来如此！
这个解释听起来挺是
那么一回事的嘛。

有的时候人们就把这种时
间延缓的现象叫做“浦岛
效应”。

实际上，只要以亚光速
旅行，浦岛效应就会发
生。

听起来好厉害
啊，老师。

比如说，假设一架全长为100米、重量为10吨的宇宙飞船以光速的99.6%飞行，

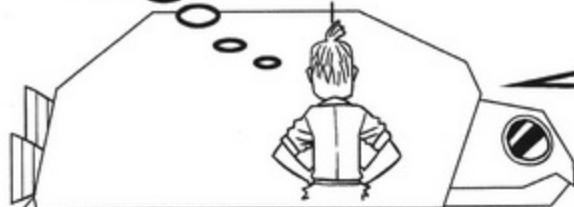
于是人们就会观测到，飞船的全长缩到了9米，而重量增加到了110吨。

浦島A太郎坐在以光速的99.6%飞行的火箭上



以光速的99.6%飞行的火箭
观测为长9米，质量110吨。

对面的火箭的速度原来
是光速的99.6%啊！



静止的火箭长为100米，
质量为10吨。

浦島B太郎坐在静止的火箭上

而且，如果从地球出发旅行一年后再返回的话，地球上大概已经过了10年了。

同岁

就是说……因为浦島效
应，会导致跟一直在地
球上生活的人产生9岁
的差距，对吧？



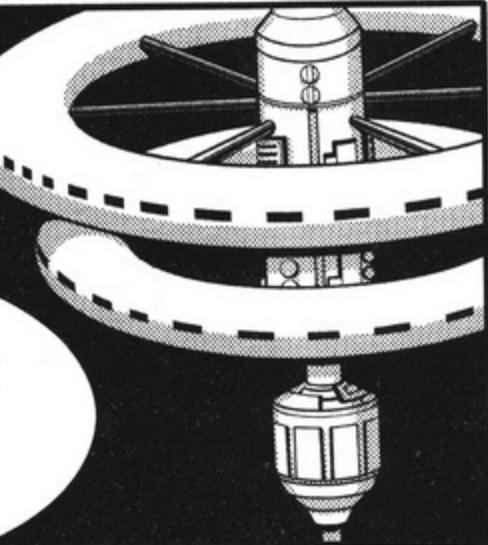


2. 为什么时间会变慢？



为了更好地解释时间延缓，
我们就假设现在皆木同学站在一个静止于宇宙中的宇航站上，

而我坐在以亚光速飞行的火箭上穿过宇航站……如果画成图，就是下面这样。



啊！亚光速火箭！
这火箭设计得可真够劲啊！

浦贺老师坐在以亚光速飞行的火箭上。

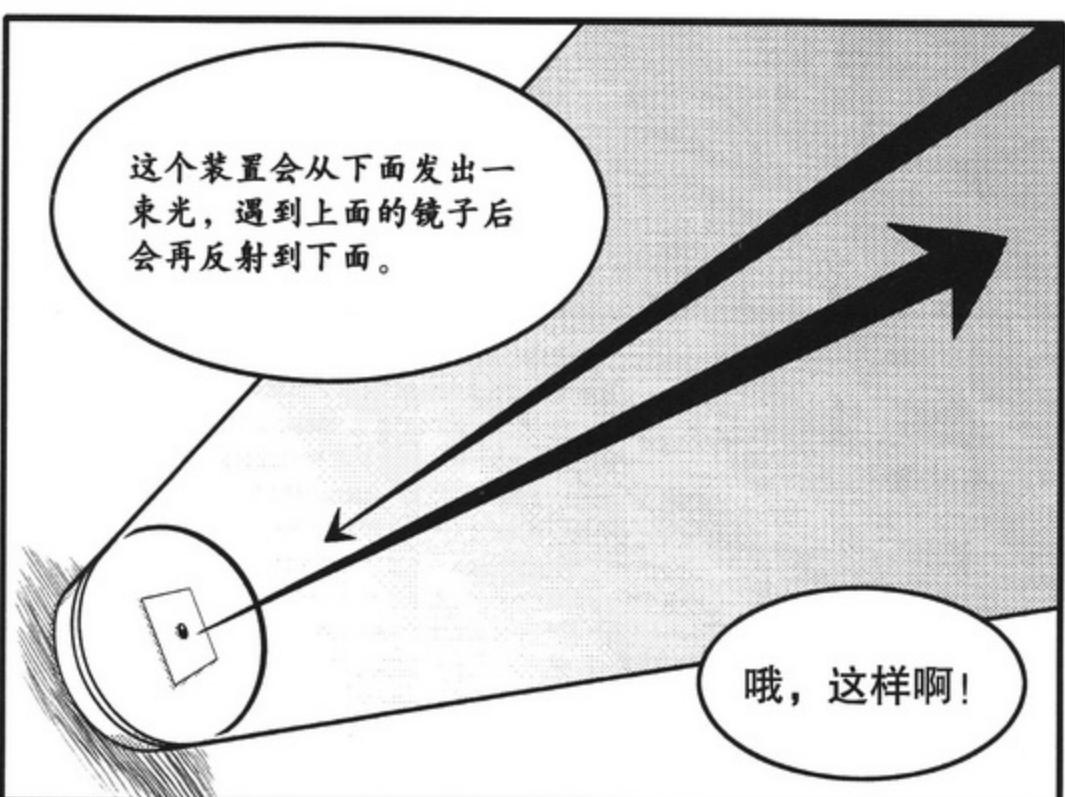
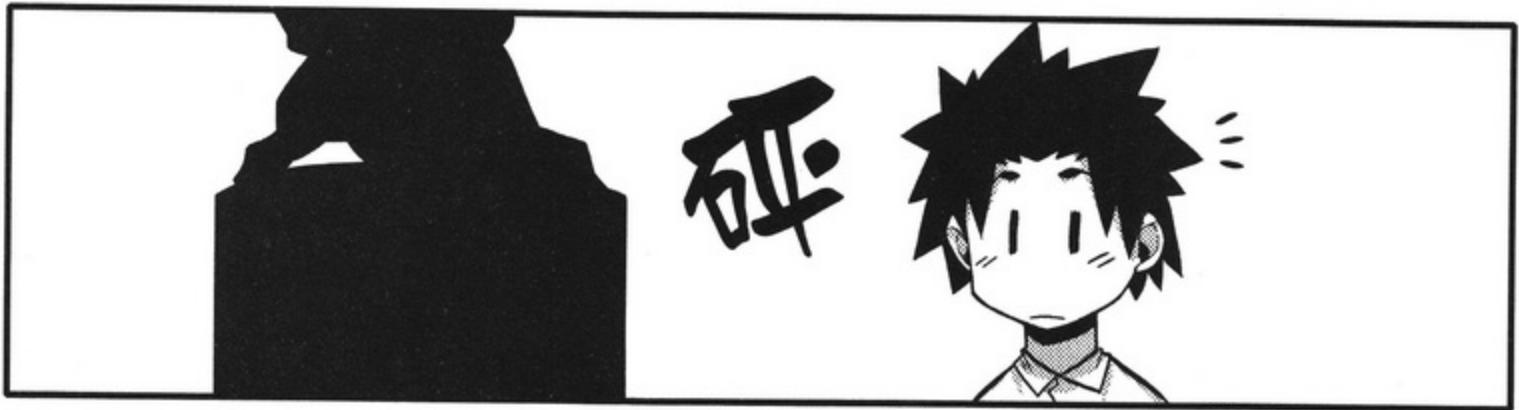
不要张嘴闭嘴
都是流行语！

皆木站在宇航站上。

然后呢，咱们来相互测时间。

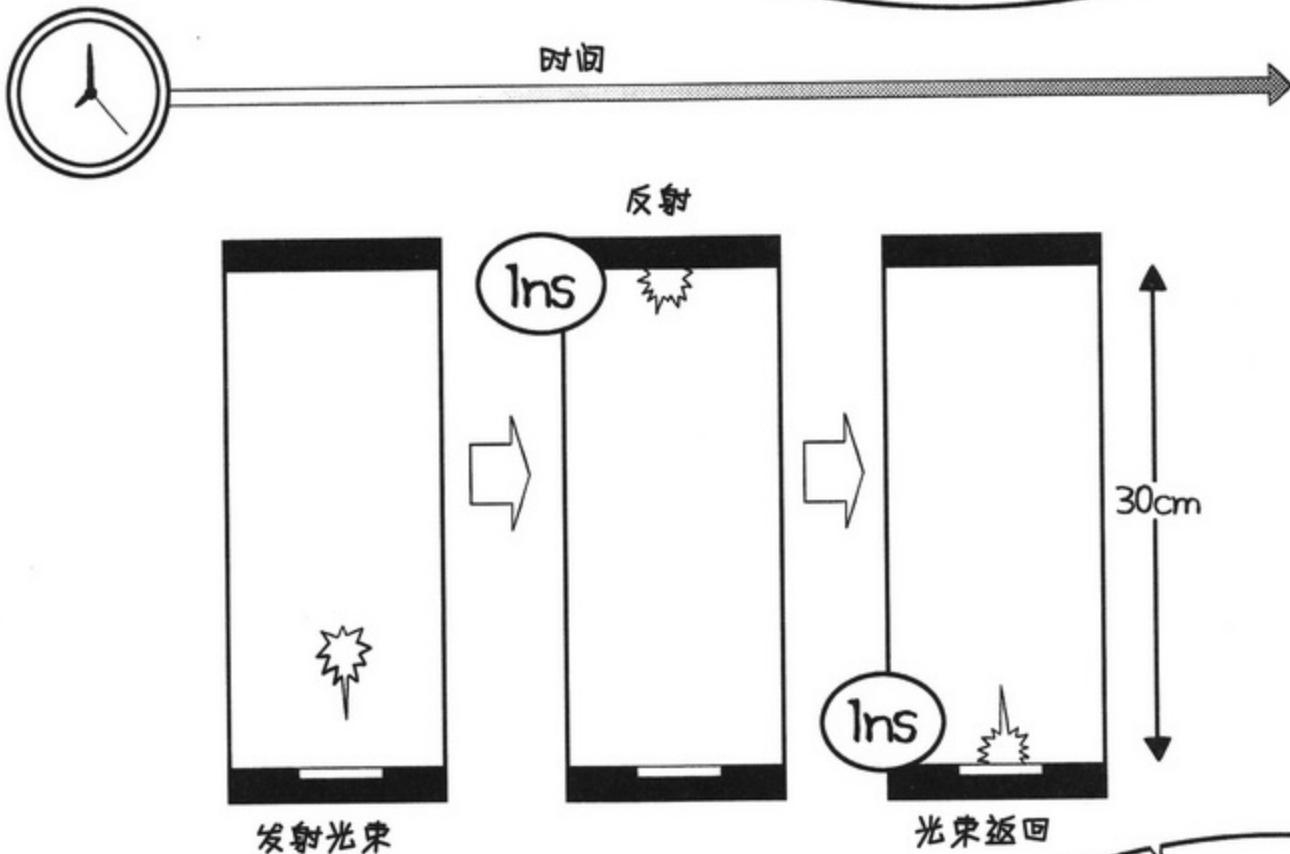
但要注意了！
咱们要用一个特殊装置来
测时间，这个装置运用了
光速恒定原理。

特殊装置？



因为桶的长度是30厘米，所以发射出的光束到达装置的上面时需花1ns（纳米秒）时间，而反射后回到装置下面时又会花1ns。

顺便说一句，1纳米秒表示1秒钟的10亿分之一。

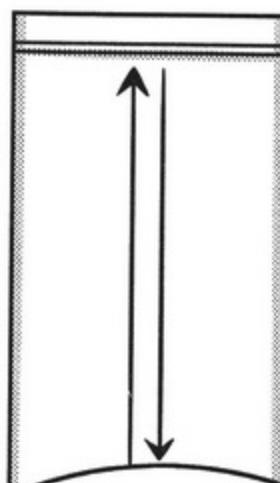


也就是说通过光的运动来计算时间啊。

你在宇航站上，我在火箭里，咱们分别拿着这个光时钟来测量各自的时间推移情况。

原来如此。

皆木同学观测宇航站里的装置，会看到光单纯的上下反复运动。

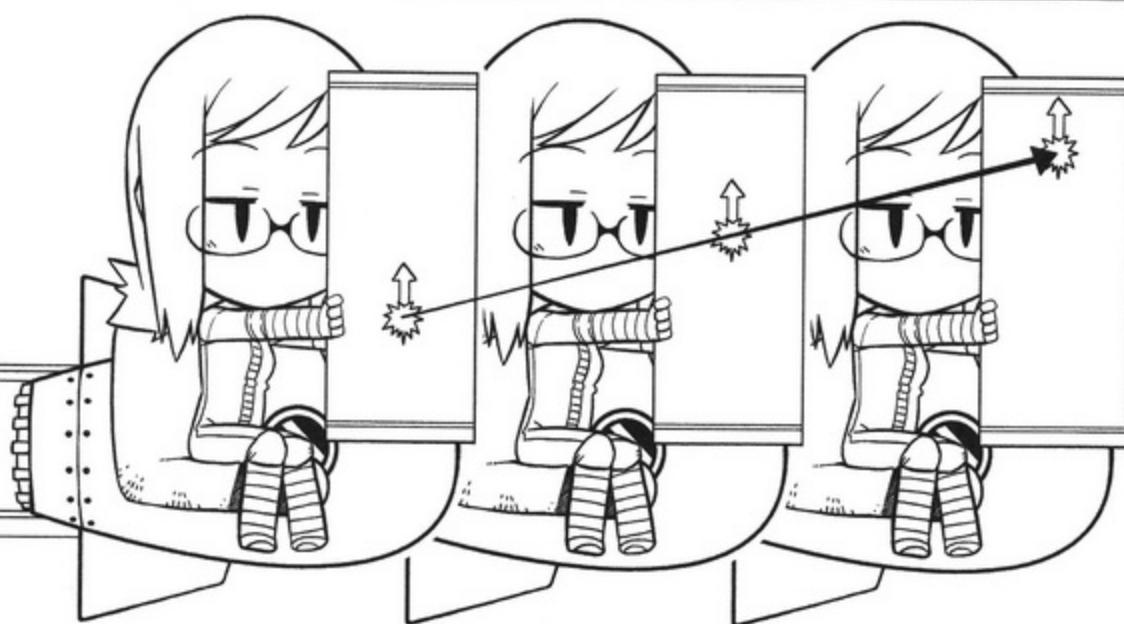


那是当然的吧。

那么，如果你来观测我所乘坐的火箭里放着的光时钟，会看到什么呢？

这个嘛……

前进方向



→ 清贺老师坐在火箭里观测到的光的轨迹
→ 皆木同学站在宇航站上观测到的光的轨迹

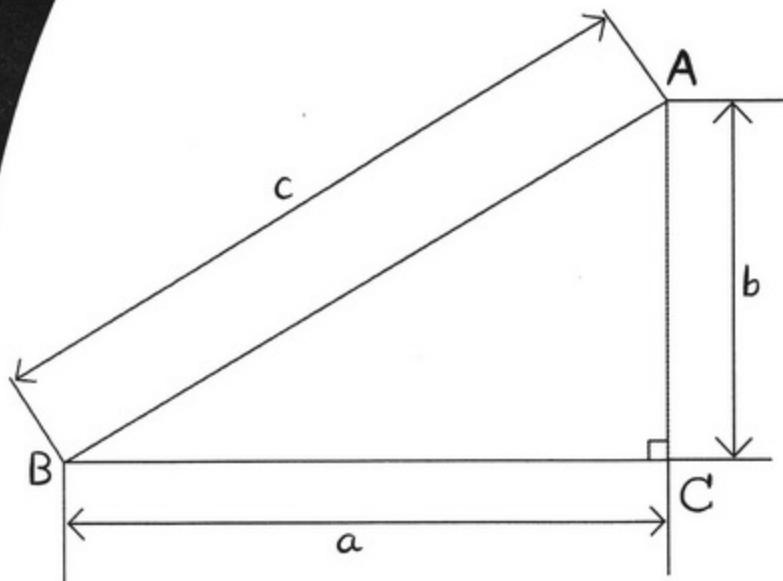
因为火箭是在运动中的，

所以光的轨迹看起来应该是斜着的吧？

没错！

皆木同学的光时钟是朝正上方运动的，而我手中的装置里，光看起来是朝斜上方运动的。

下面我们用初中学过的“勾股定理”来算算看。



勾股定理

$$c^2 = a^2 + b^2$$

勾股定理，讲的是“斜边长的平方等于两直角边的平方之和”，也就是说……

就是说，在上面这个直角三角形ABC里， $c^2=a^2+b^2$ 的等式成立，对吧？

把勾股定理用在光时钟的观测上，光斜着运动的距离就比光时钟的高度要长，对吧？

啊，对啊！！

然后我们再来运用一下光速恒定原理——“无论什么人观测，光速均恒定”来看看。

皆木同学通过观测宇航站上的光时钟得知经过了1ns的时候，火箭上的光时钟里，光还没有运动到顶端，对吧？



同时发射光束！



咦？

火箭上的光时钟里，光还没到顶端？



画成图的话，就是这样子。

在火箭上的装置里光所经过的距离

宇航站上的装置里光所经过的距离

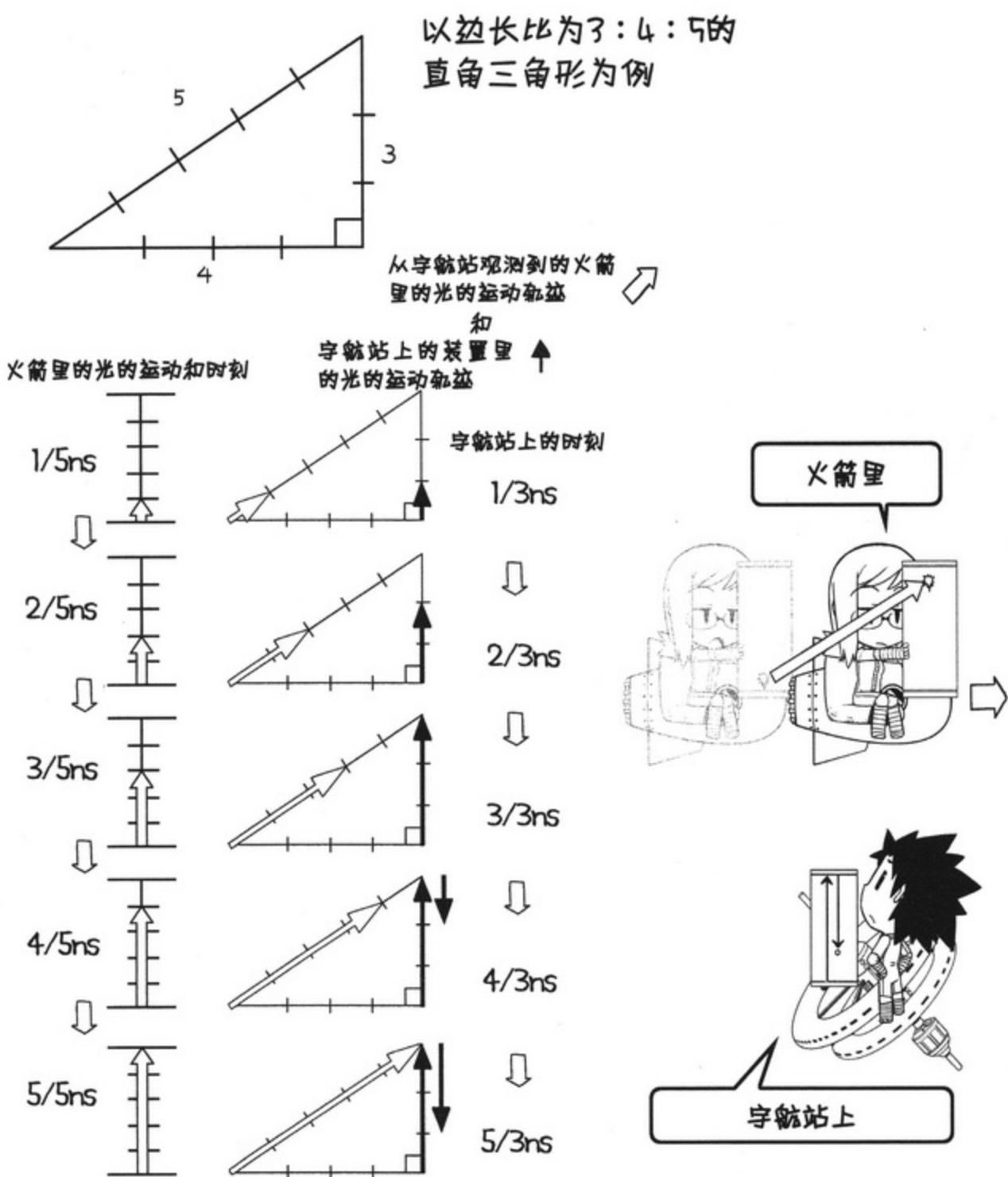
发射光束

确实是这样的啊！

所以，当观测到火箭里光时钟的光返回到下端时，皆木同学已经经过了2ns以上的时间。

也就是说，我所乘坐的火箭时间进行得比你慢。

虽然感觉怪怪的，不过确实是这么回事啊。



3. 时间延缓也是彼此彼此



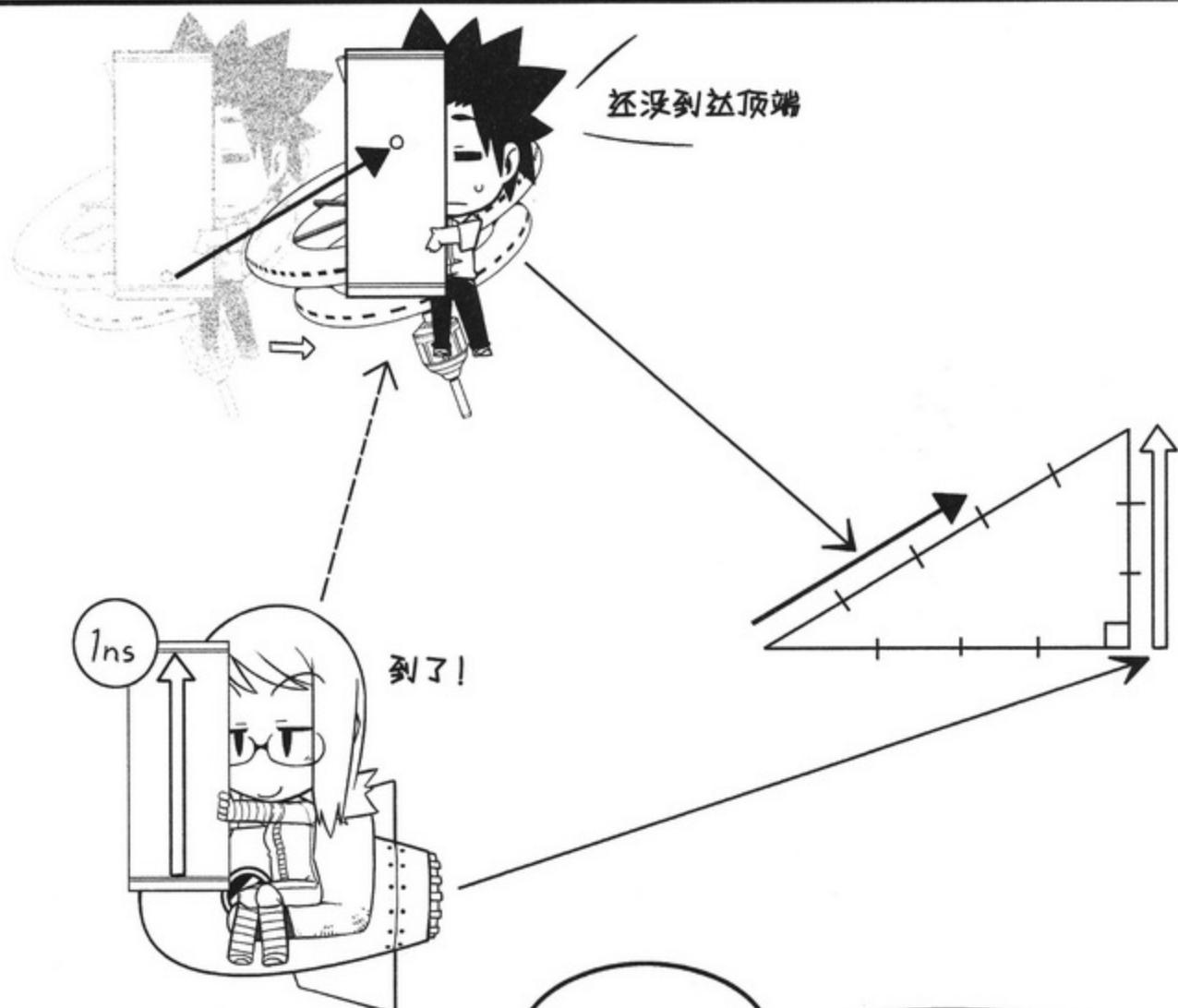
从火箭上观测的话，就可以看做是“宇航站以亚光速横穿而过”。

嗯！那么，如果老师来观测的话，宇航站上的光时钟里光斜着运动……

咄！

也就是说，宇航站的时间反而变缓慢了，是吗？

uu



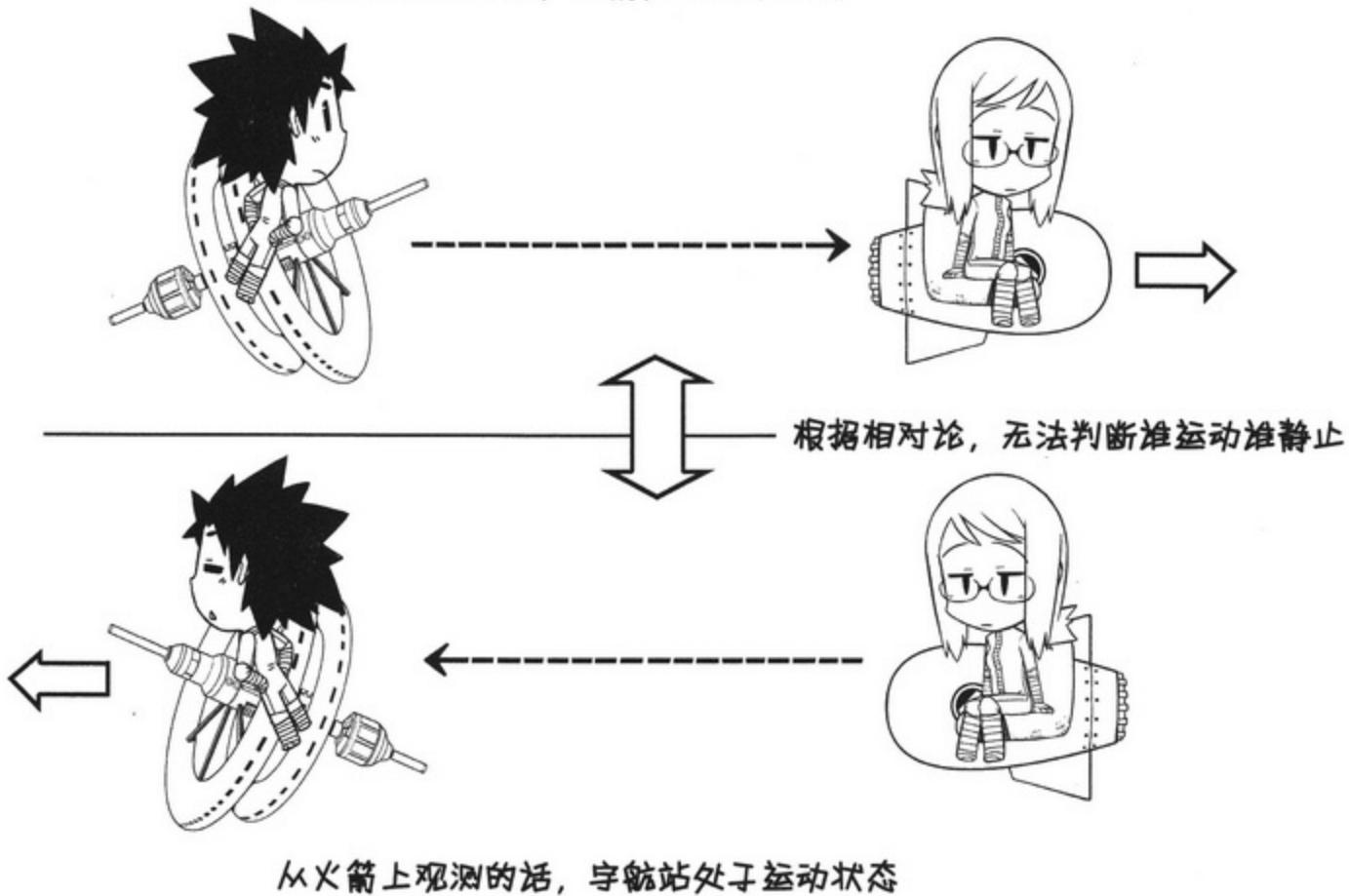
听起来可能让你头很晕，但是以每个观测者为基准来看的话，事实就是“双方都会观测到对方的时间延缓了”。

咦？

等一下啊老师……这么说的话……

怎么了？

从宇航站观测的话，火箭处于运动状态



这样一来怎么会产生浦岛效应呢？全是说谎！骗人的！

你是想说，双方时间都变慢了……所以如此一来，无论对谁来说，对方都变老了？

是的！
这不是很好吗？

这就涉及到了一个著名的命题——“双生子佯谬”。



双生子？

姐姐

双生子

妹妹

比如，有一对双胞胎姐妹，

记得带纪念品
回来呀！

相
信
保
重
器

回
想
在
上

妹妹留在地球上，而姐姐以亚光速去太空旅行。

根据狭义相对论，以亚光速运动的姐姐的时间变得缓慢，

妹妹，我回来了！

给你带纪念品回
来了！

这是金星的螃蟹螺
头，我还带回来一个
太空熊的木雕哟！

咦？
你怎么长这么
大了？

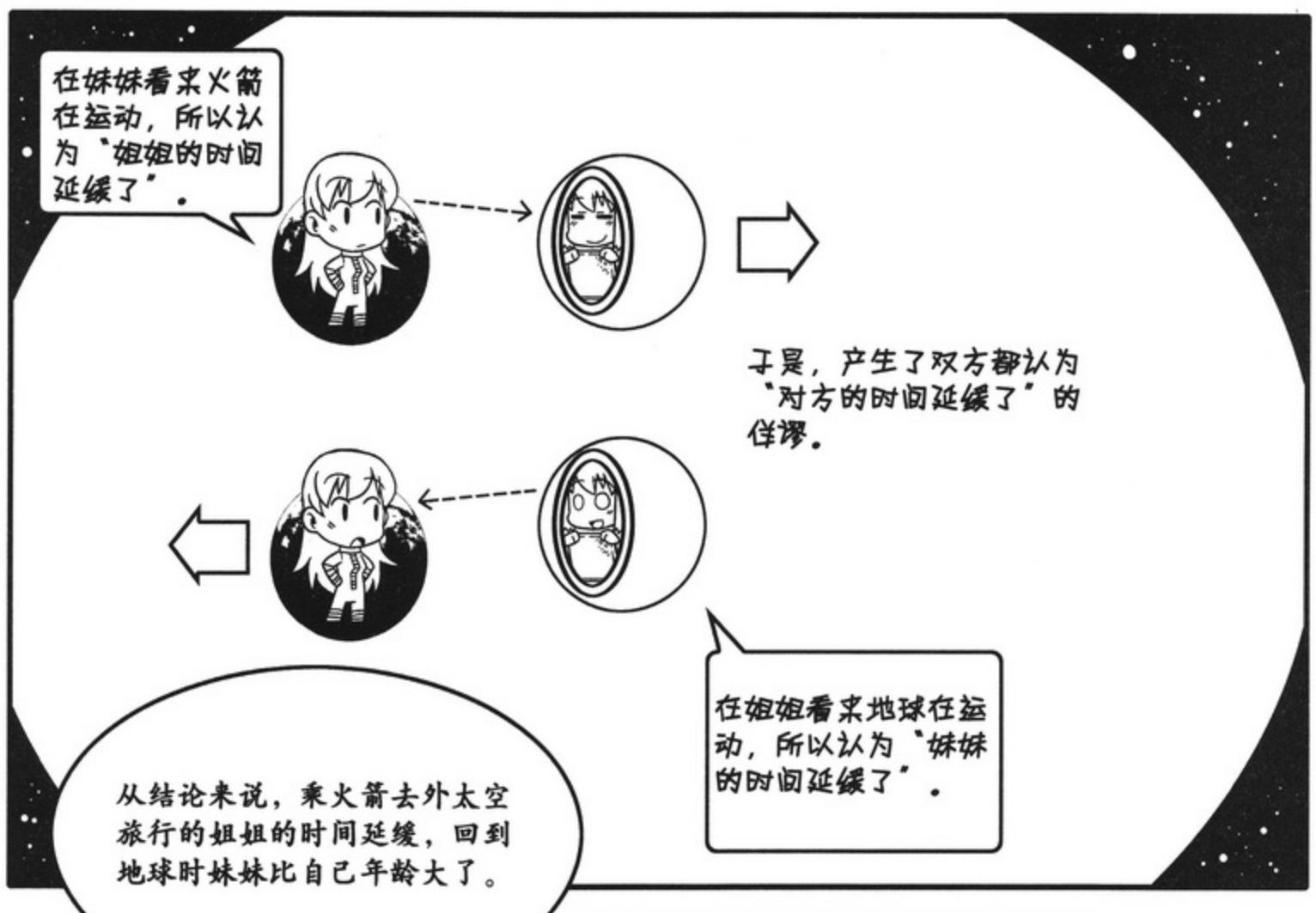
只是姐姐没长
而已！

还有啊，这些礼
物都是什么跟什
么啊？

这就是老师说的浦岛
效应对吧？

而当她回到地球上时，妹妹
反而比自己年龄大了。





为什么会这样呢？

以前不是告诉你了吗？
回忆一下，狭义相对论只适用
在惯性系。

啊，这么说起来的
话……

您之前讲过，狭义相对论的“狭义”指的是，

在“如果观测者一直不受重力及加速度影响”的情况下成立。

观测者

狭义相对论

嘿

为了重回地球，火箭必须从某处开始折返。

要想折返，就不能再维持固定不变的速度，而必须进行加速或减速。

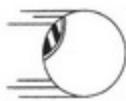
啪



为了方便解释，我准备了这样一个火箭进行说明。

火箭呈圆球状，前后两端各有一个喷射口。

地球处于静止状态的坐标系



速度

火箭以恒定的速度进行运动时（惯性运动）



加速度



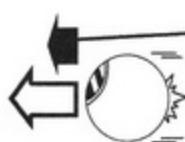
速度变慢

为调头而减速，启动喷射口（加速度运动）



速度变为0

为调头而进行减速，速度变为0（加速度运动）



沿着回地球
的方向速度
慢慢增加



达到了能回归地球的一定速度，关闭喷射口时
(惯性运动)

这是为返回地球而进行调头的说明图。



哇
火箭内的姐姐不会感到自己
加速或减速了，而会觉得承
受了很大的重力。

原来火箭是通过加速
和减速达到返回的目
的啊。

而且在姐姐看来，地球重力
因为受火箭的影响而折回。
也就是说，看起来地球好像
朝着自己砸过来了。

原来姐姐观测的话，会看到
地球朝自己砸过来啊。

此时，可以观测到地球上的钟表比自己的钟表走得快。

慢

快

而且此时表针走得快的程度，要比之前地球以恒定速度运动时地球上的钟表走得慢的程度大。

火箭的加速和减速也是重力的的缘故吗？

这个问题我们用最简单的话来解释就是，

存在一个“等效原理”，是指把由于火箭的加速和减速而使火箭内的人承受的惯性力与重力是等同的。

这是爱因斯坦在建立广义相对论时的一个基本原理。

由于这样的缘故，最终还是姐姐的时间要慢，也就是说……

浦岛效应还是会发生的啊。

两位博士兄一



4. 用算式来看时间变慢

所以呢，

以亚光速进行运动的物体的时间会变慢，

至于到底会慢多少，从刚才稍稍提到的勾股定理可以证明出计算的公式。

看

看

看

哦！
是这样子啊。

运动中物体的时间 = 静止物体的时间

$$\times \sqrt{1 - \left(\frac{\text{运动中物体的速度}}{\text{光速}} \right)^2}$$

具体来说就是这样子。



没想到这个式子这么简单啊！



嗯，确实如此。

比如说，航天飞机能以秒速8公里的速度飞行，



把这个值代进算式的“运动中物体的时间”里计算就会发现，根号里的值基本还是1。

就是说时间几乎不会变慢对吗？

但是，如果是光速的90%……以秒速27万公里来计算的话，

皆木同学，你来算算根号里会怎么样！

嗖

啊，好的。

$$1 - \left(\frac{270000}{300000} \right)^2$$

所以，应该是……

= 0.43588989

很好，很好。

差不多明白了吧。

有效数字还不到位，不过姑且先这样吧。

1年是 $60\text{秒} \times 60\text{分} \times 24\text{小时}$
 $\times 365\text{天}=31536000\text{秒}$ ；

$31536000 \times 0.4358898943$ ，
静止的物体的时间是
13746223秒，

嗯……大概是159天吧。

咗 咩 咩

如果换算一下的话……

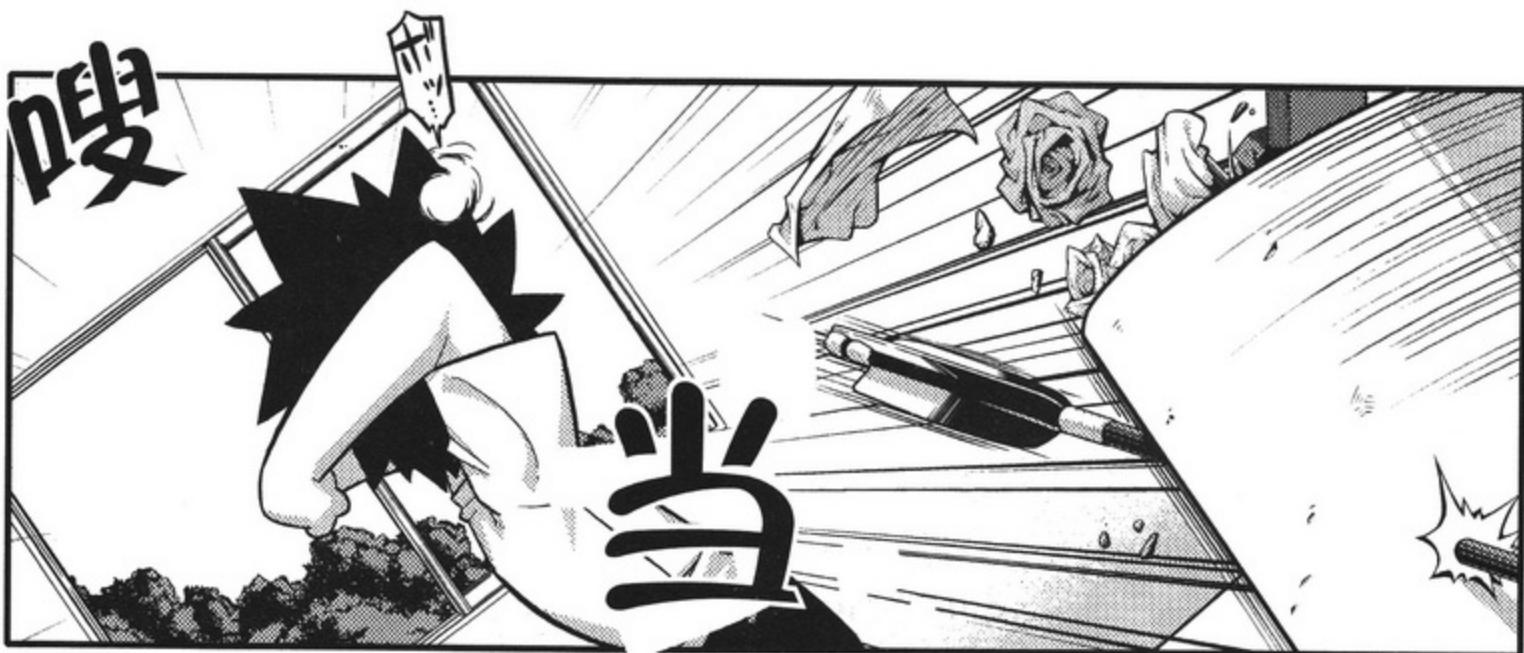
用比率来算的话，会慢
2.29倍以上。

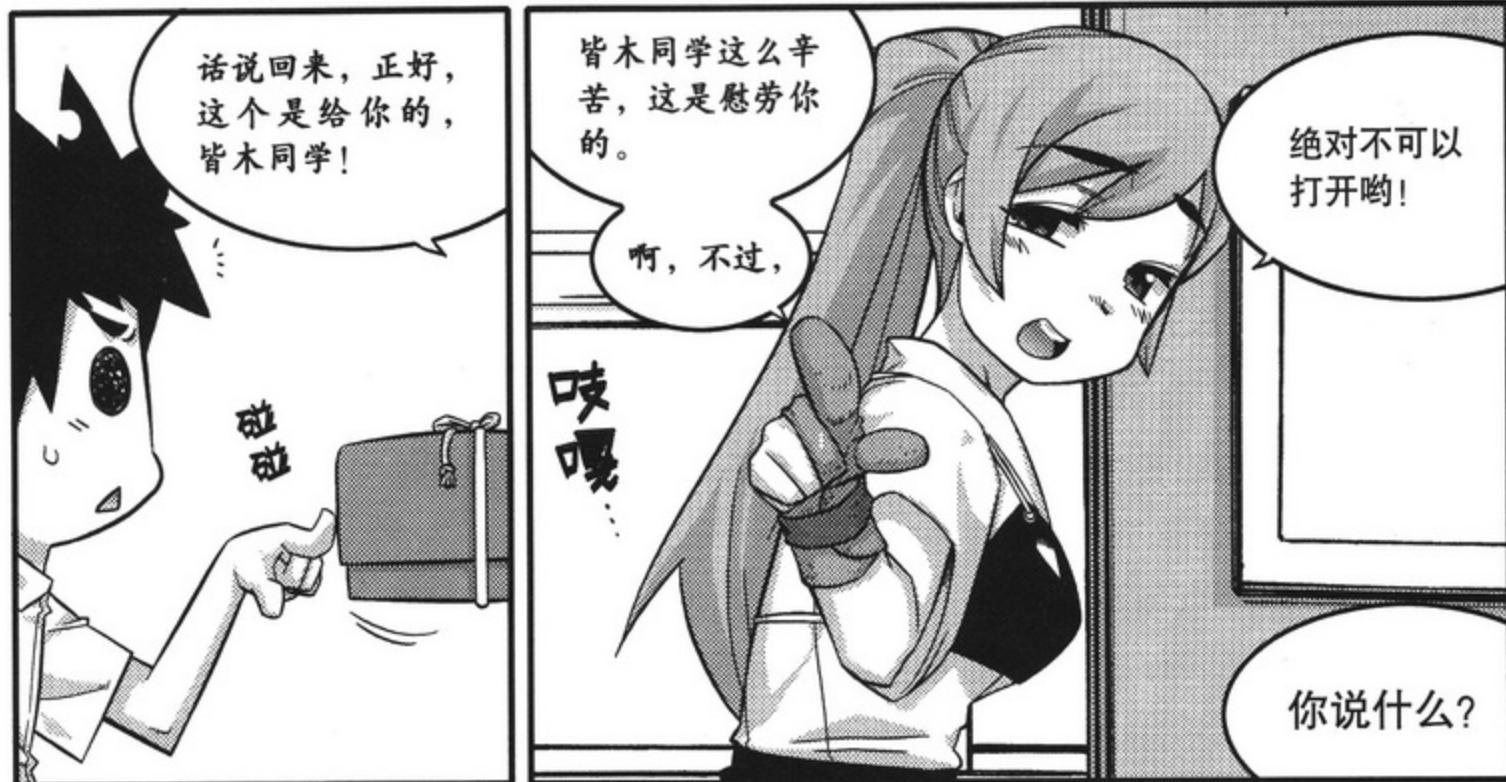
原来静止的人所过的1年
对于用亚光速运动的人来说
还不到半年啊。

啊？

嗯？

喨







应用勾股定理证明时间延缓的算式



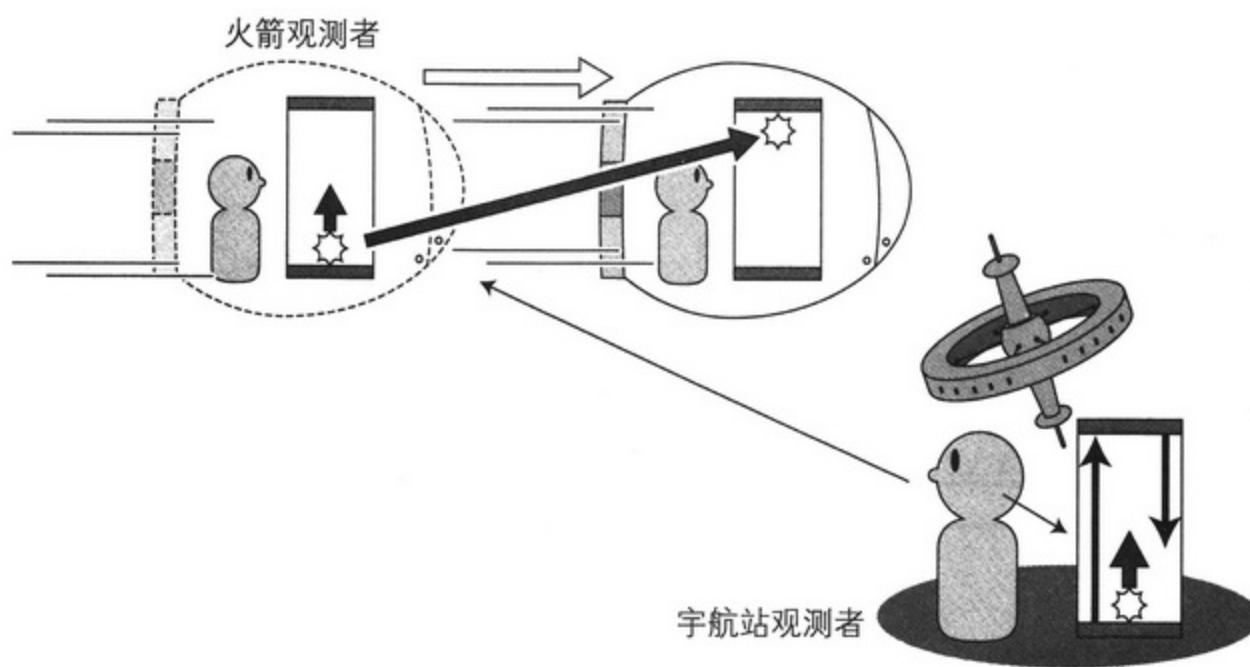
通过相对论，我们已经知道，物体如果以接近光速的速度运动，就会发生时间延缓的现象。那么究竟会变慢多少呢？

下面我们就用算式来算一算。刚才我们使用勾股定理的时候，举了一个具体的三角形的例子。而下面，我们再用式子来看看。

如下图所示，设 t 是宇航站观测者观测火箭上的光时钟的时间； t' 是火箭观测者观测火箭上的光时钟的时间。

t ：宇航站观测者一方的时间

t' ：火箭观测者一方的时间

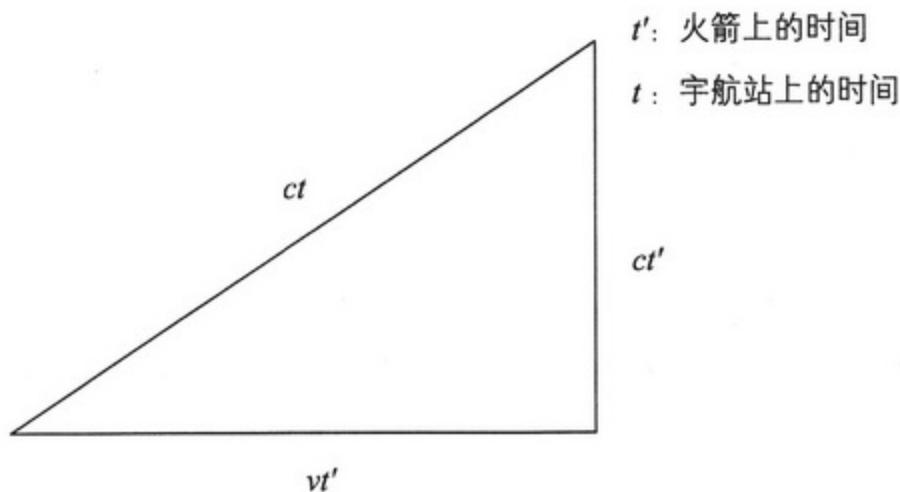


◆ 图2.1 火箭观测者和宇航站观测者

火箭观测者观测自己的光时钟时间，光时钟和火箭观测者同时进行运动，所以只会观测到光上下反复运动。在此如果设光速为 c ，那么光每走过一个光时钟的长度，就走了 ct' 的距离。

与此同时，让宇航站观测者也观测火箭上光时钟里光的运动情况，光会随着火箭的运动，朝斜上方并仍以光速 c 进行运动。并且，这条斜线会朝着火箭上的光时钟的镜子（位于光时钟的顶端）前进。这段距离用宇航站观测者的时间 t 来测量，用 ct 来表示。同样地，由宇航站观测者来观测，火箭上光时钟的下端（发光部分）以火箭的速度 v 横向运动，所以在光到达顶端的时间 t 内，向右移动了 vt 的距离。

这样就定出了三角形的各边长。



然后，根据勾股定理，下面的等式成立。

$$c^2 t^2 = c^2 t'^2 + v^2 t^2$$

把带 v 的平方项移到等式左边，

$$(c^2 - v^2) t^2 = c^2 t'^2$$

然后再左右替换，

$$c^2 t'^2 = (c^2 - v^2) t^2$$

然后，等式两边除以 c 的平方，

$$t'^2 = \frac{(c^2 - v^2)}{c^2} t^2 = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) t^2$$

等式两边开平方，并取正值，则变为下面的式子。

$$t' = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} t$$

以上就是火箭观测者的时间 t' 和宇航站观测者的时间 t 的关系。

由于 $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < 1$ 所以 $t' < t$ 。

由此我们可以知道，火箭观测者的时间 t' ，要比宇航站观测者的时间 t 变化慢，即时间进展缓慢。

此外，单独看 $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ 这一项的话还可以知道， v 的值越接近 c ，则此时间的延缓效应会越明显。

之所以用以上的式子来思考，是因为这样不仅可以调查具体某个三角形的关系，而且可以通过各种三角形的关系来考虑。能根据这个算式推测出结果，才是我们用算式计算的最大目的。

小专栏

时间会延缓多少？

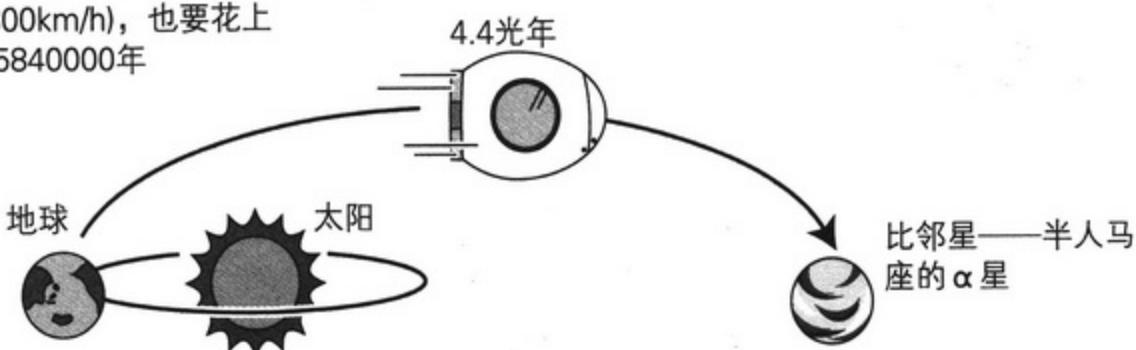
我们已经知道，运动着的物体，时间会延缓。那么具体来说，会延缓到什么程度呢？

下面我们就以太空旅行为例来算算看吧。

首先，时间的延缓与运动着的物体的速度有关。也就是说，运动着的物体，速度越接近光速，则时间的延缓现象会越明显。

我们就来看看离太阳最近的恒星吧，这可能是我们去太空旅行时最优先考虑的目的地。毕竟，如果限定在太阳系之内的话，运用现在已有的科学技术，只要花上几年的时间就能到达金星或者火星了。

即使乘坐新干线
(300km/h)，也要花上
15840000年



以光速的90%飞行的话，地球上经过4.4光年/0.9光速=4.9年
火箭里经过2.1年

在火箭里，

$$\begin{aligned}t' &= 4.9 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \\&= 4.9 \sqrt{1 - \frac{(0.9c)^2}{c^2}} \\&= 2.1\text{年}\end{aligned}$$

◆ 图2.2 比邻星之旅

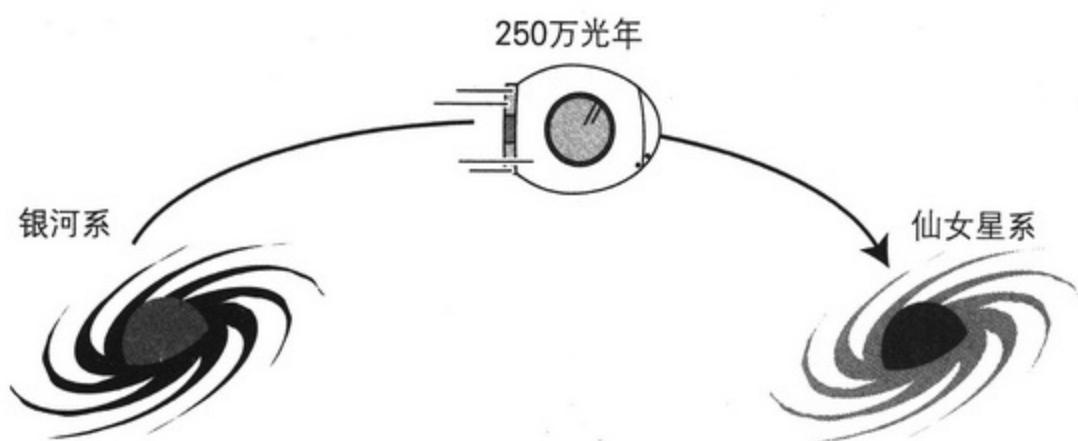
那么，离地球（太阳）最近的恒星是距离4.4光年远的比邻星（半人马座的 α 星）。所谓光年，是指太空中最快的光前进1年所经过的距离，约为94608亿公里（ 300000 [km/s] $\times 60 \times 60 \times 24 \times 365$ ）。如果乘坐新干线（时速300公里）走4.4光年的话，竟然要花上15840000年。对于如此遥远的比邻星，如果用

光速的90%飞行的话，宇宙飞船单程只需要2.1年，而在地球上已经过了4.9年！

因此，宇航员从地球出发，再等他们从比邻星原路返回，在地球上需要等到10年，而他们不过长了4.2岁而已。

这种相对论下时间延缓的状况，运动得越快，效果就越明显。

为了能更好地体会这种效果，现在我们再来看看从太阳所在的银河系飞行到相邻的仙女星系（M31）会是什么样子吧。



如果乘光速的99.999999999%的火箭往返，地球
要经过500万年；火箭上要经过22.4年。

◆ 图2.3 仙女星系之旅

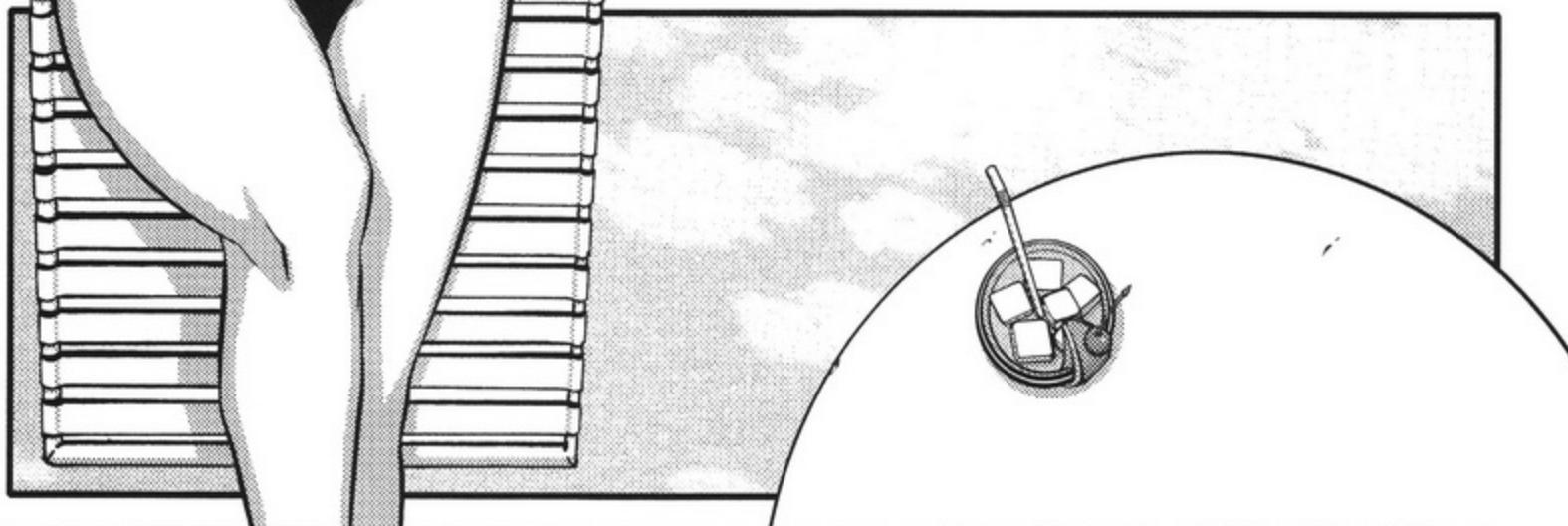
仙女星系是我们所在的银河系之外的星系，在冬天晴朗的夜空中，可以看到它在仙女座发出淡淡的光。仙女星系在大约250万光年开外的远方。人们常说，现在我们所能看到的仙女星系是250万年前的景象，而现在，也就是在与我们地球相同的这一刻，即使仙女星系发生了大爆炸，我们也要再等250万年才能知道到底发生了什么事。没错，这是因为仙女星系的光到达地球需要250万年。如果以光速的99.999999999%的速度向仙女星系飞行，宇宙飞船单程只需要11.2年，而地球上则经过了250万年。所以，如果宇宙飞船回归地球，飞船上的宇航员们长了22.4岁，而地球上迎接他们的，却是500万年后的人们了。

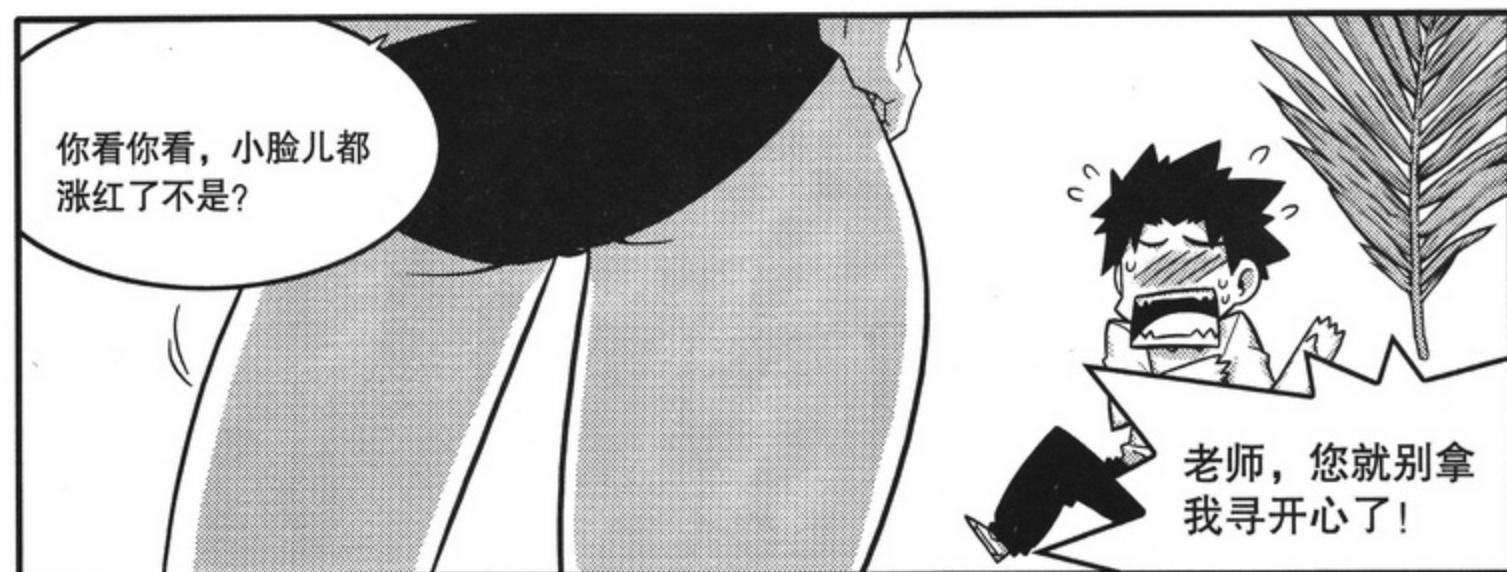


CHAPTER 00

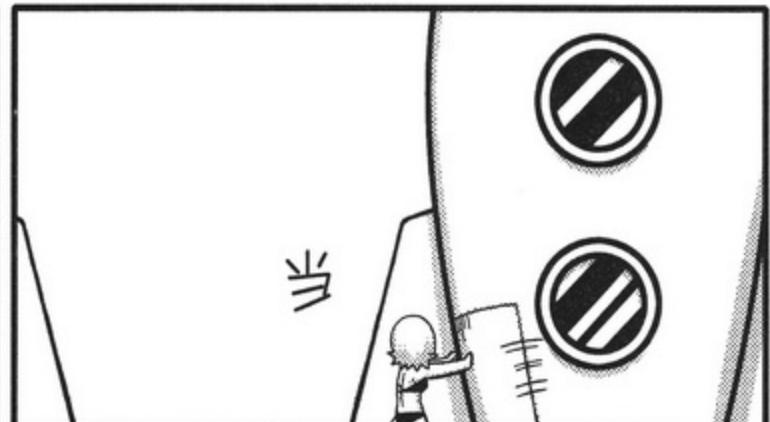
第3章

运动加快则缩短变重？

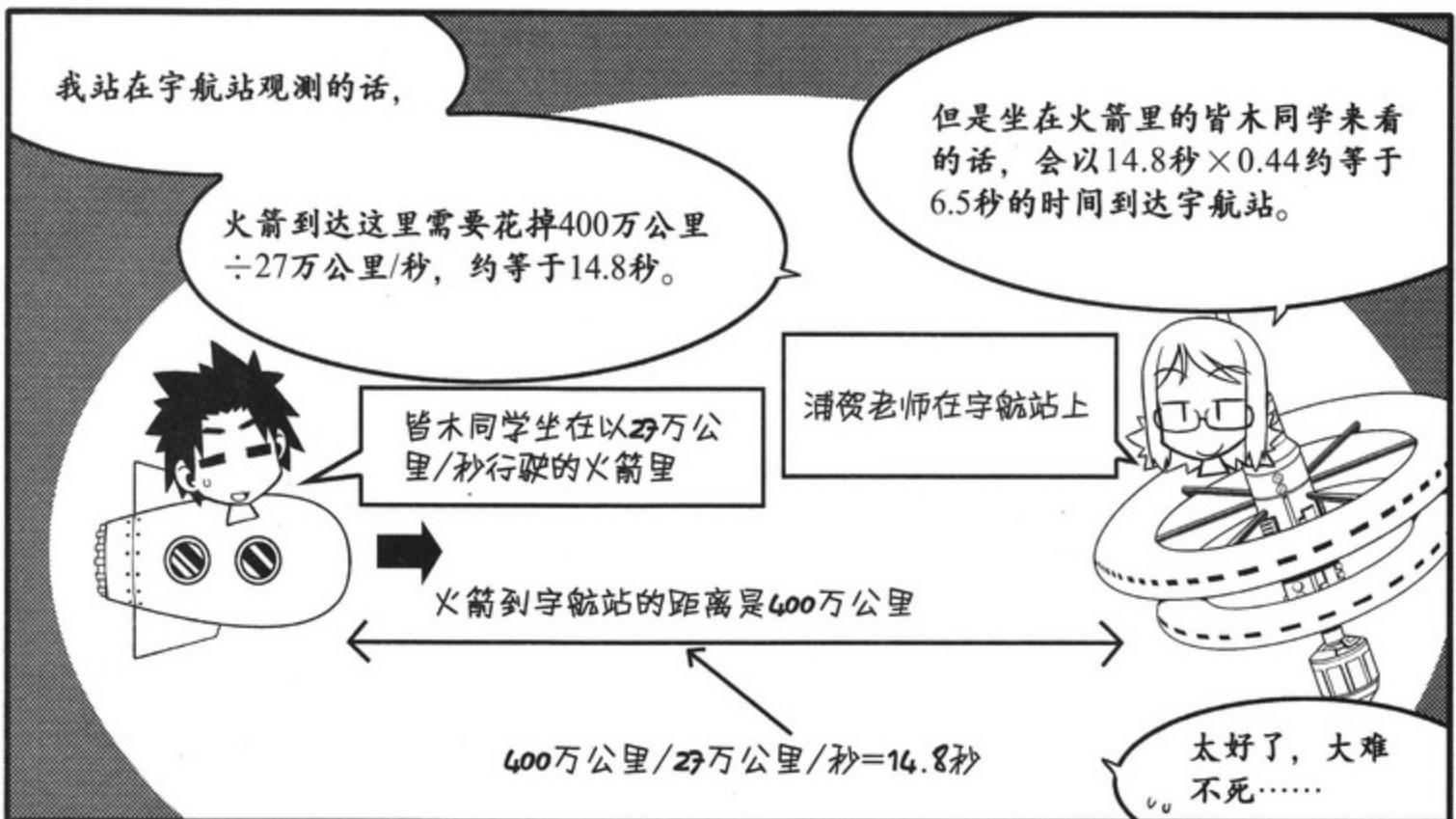
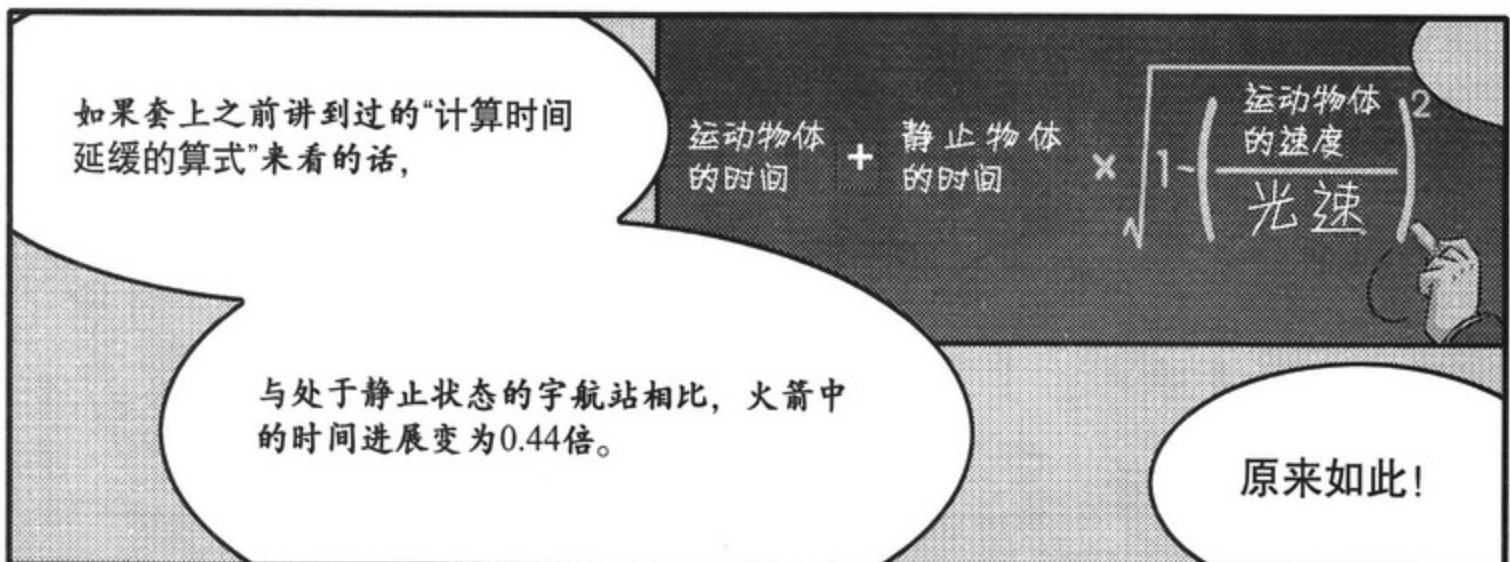




1. 运动加快则长度缩短？







不过，总感觉有点想不明白啊。

嗯

超时了。

太好了！
赶上了！

我说的不过是火箭内的
时间哦。

秒速是27万公里，但仍
然能在10秒之内到达400
万千米以外的地方……

嗯。所以长度缩短在这里
就有意义了。

怎么还是
爆炸了？

首先，对于一艘以秒速27万公里
飞行的火箭，一个静止站在外面
的人观测，会看到火箭的长度缩
短了。

撼

您之前也是这么说的。

长度的缩短可以用这个公式求出来。

$$\text{运动时的长度} = \text{静止时的长度} \times \sqrt{1 - \frac{\text{运动的速度}^2}{\text{光速}^2}}$$

这个算式只是把“计算时间变慢的算式”里的时间的部分改成长度而已啊。

没错。这就是重点。

是什么意思呢？

从行驶中的火箭里观测时，

看起来就像是周围的空间在运动，而宇航员向自己靠近了。

咯唧咯唧

这是因为利用相对性原理，可以认为火箭是静止的呢。

如此一来，火箭周围的空间就会压缩！

噗



什么？

火箭距离宇航站为400万公里，代入刚才的算式，会缩短到大约174万公里。



174万公里



所以， $174\text{万公里} \div 27\text{万公里/秒}$ ，才得出约等于6.5秒的结果啊。

在相对论里，长度的缩短也跟时间的变慢一样，是相对的现象。

原来如此啊。

并且，必须把平时分开考虑的时间和空间合到一起来考虑。

空间

时间

时间

空间

而这也是相对论的划时代意义之所在。

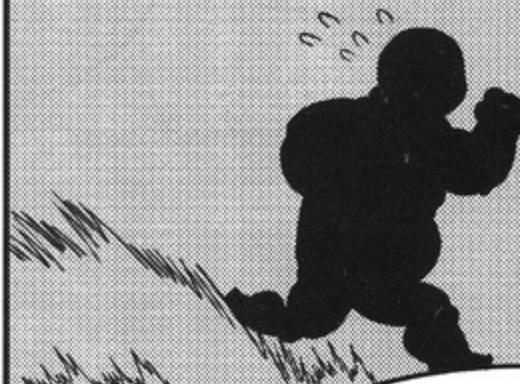
2. 运动加快则质量变大？



要问为什么没法达到更快的速度……



变重……这又会怎么样呢？



这是因为运动的速度越大，物体就会变得越重。

物体越来越重，渐渐地就提不起速度来了。

越接近光速，质量就越接近无穷大。所以才无法超越光速的。

哇

咚
咚



咚
咚

啊，原来如此。

质量

为了便于理解，刚才我一直使用比较大众化的词，“重量”。其实严谨地说，应该是“质量”在增加。



重量

我还以为重量和质量是一回事呢。它们的不同在哪里呢？

如果只讨论地球上日常生活里的问题，那么重量和质量可以看做是一样的。

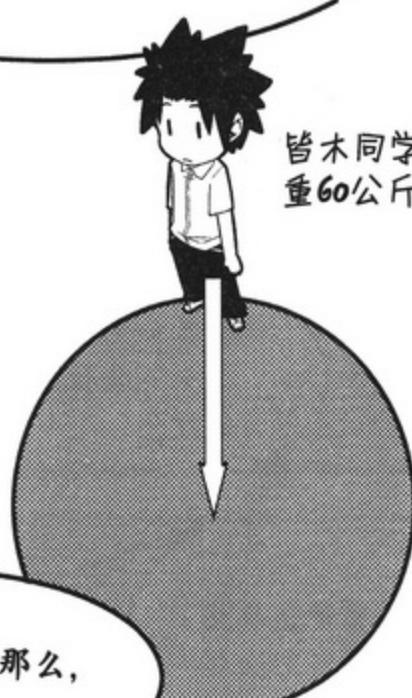
但是，重量是作用在物体上的重力的大小，所以在地球和月球上，重量就不一样。

皆木同学站在月球表面，重10公斤



月球重力是地球的 $1/6$

皆木同学站在地球上，重60公斤



原来如此……那么，质量呢？

书籍扫描：铜板+西瓜

在零重力空间里，物体的重量是零，不过要想移动物体，就需要力的作用。



确实如此，所以呢？



而质量指的就是物体本身所具有的、表示“难移动”的量。

就是说在太空这种零重力的空间里，虽然重量为零，但是质量却保持不变。

这个嘛，

直觉上也很好理解，质量越大的物体越难移动。



在牛顿运动方程里，表示速度增加程度的加速度与物体的质量成反比例关系。

好像上课的时候也那么讲过……

牛顿运动三大定律

第一定律 惯性定律

不受外力的物体，总保持静止或匀速直线运动的状态。

第二定律 运动方程

物体的加速度与所受的外力成正比，与物体的质量成反比。

第三定律 作用力、反作用力定律

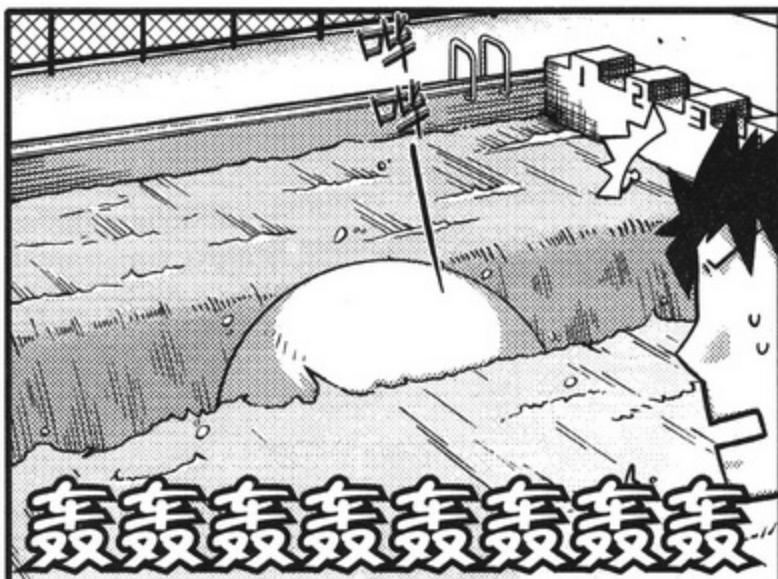
对物体施加一个力，则该物体会施加过来一个大小相同方向相反的力。

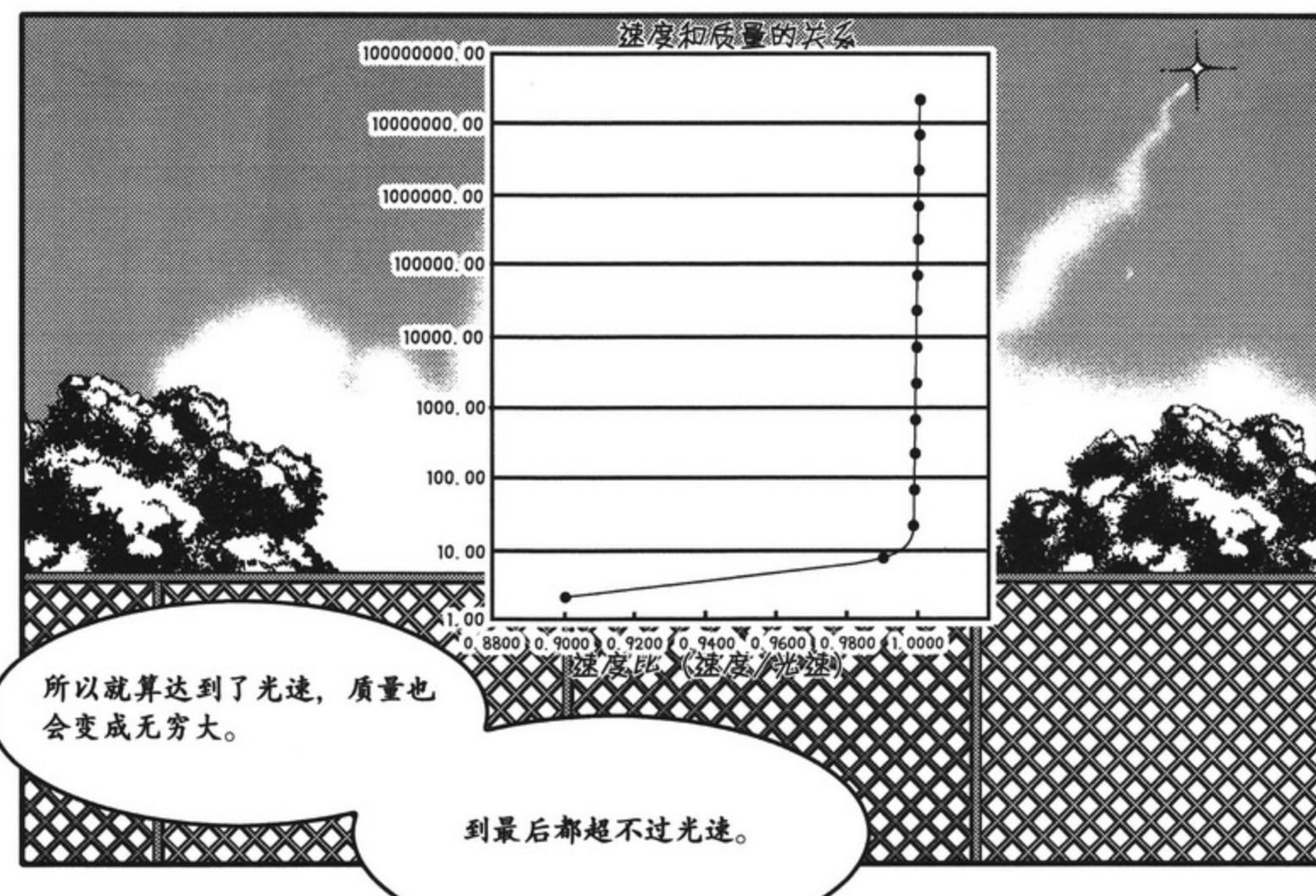
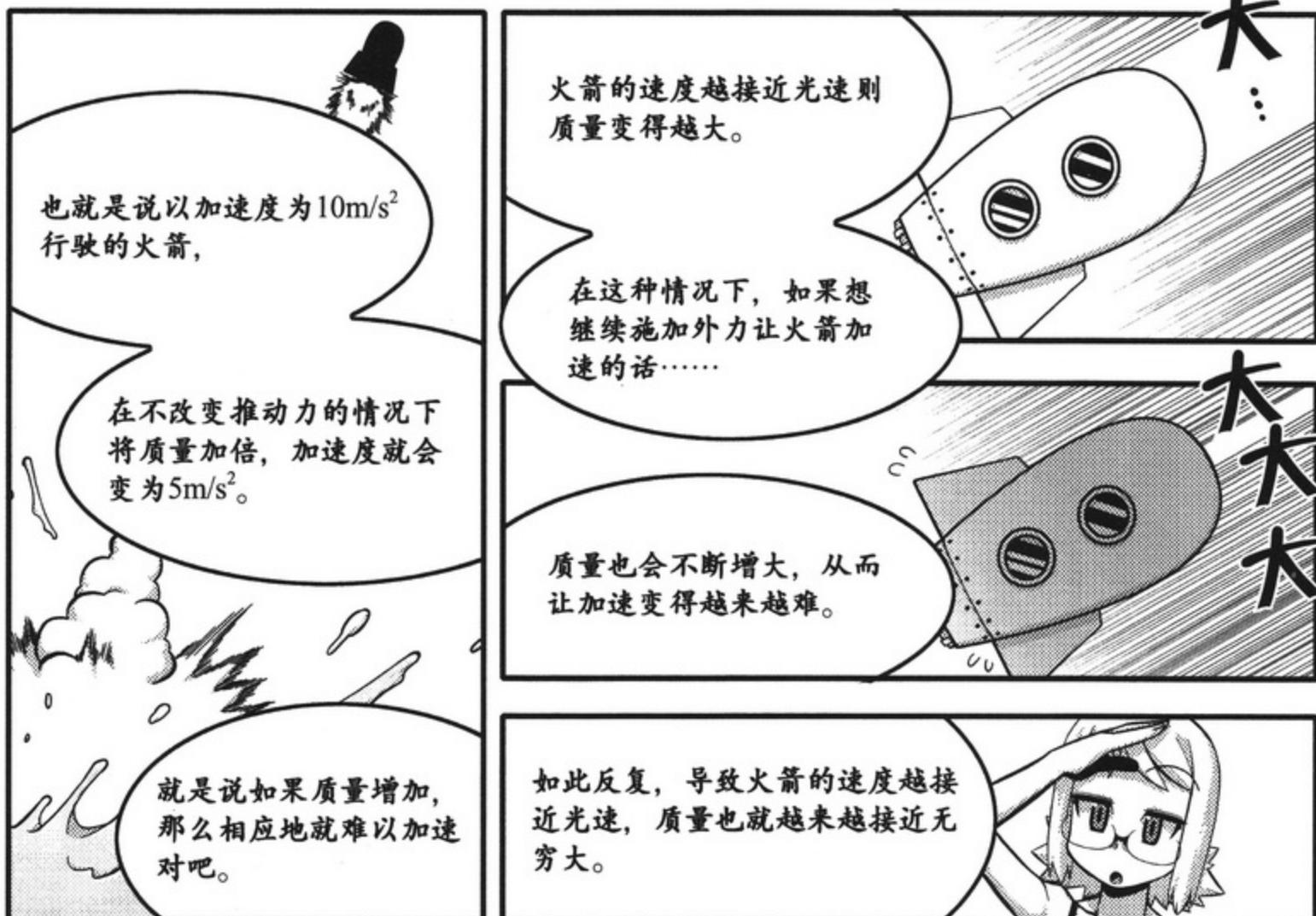
也就是说！

？

发射

哔哔





但是……一般上感觉只要不断添加能量，速度也会一个劲儿地增加啊。

结果不是速度增加，反而是质量变大，真是不可思议啊。

啧啧

打气 打气

确实是啊。

实际上，还有“质量守恒定律”和“能量守恒定律”两个重要的定律。

气喘吁吁

嗯？
讲的是什么来着？

所谓“质量守恒定律”，就是指在化学反应里，反应前和反应后物质的总质量不变。

这个
这个
这也忘了？
真拿你没辙！

原来如此。

比如说，在一个密闭的烧瓶中注满氧气后点燃铁丝网，氧气和铁反应，生成氧化铁。

啊！
化学课上好像学过！

但是反应前和反应后烧瓶内的总质量不变。



那么，能量守恒定律讲的是什么来着？

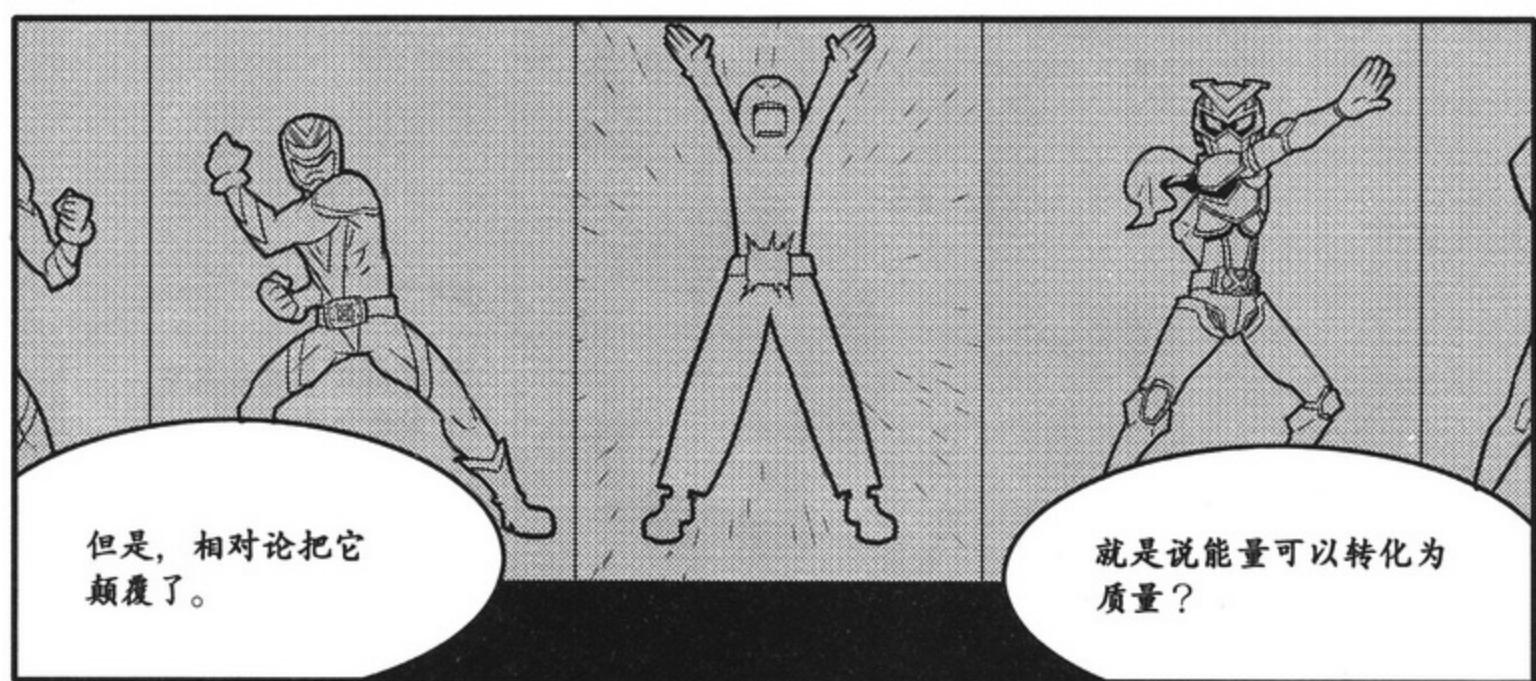
“能量守恒定律”讲的是，即使能量的形式发生各种变化，其总量保持不变。

比如说，自行车的电动车灯把动能转化成了电能，但是能量的总量保持不变。

原来如此！

拼命蹬自行车，通过发电机把动能转化成为电能。

旋转发动机，变为电能
然后变成光。



E啊m啊还有c
到底都表示什么啊？

E表示能量，m表示质量，
c指光速。

这个公式表示：
“能量=质量×光速的平方”。

能量

平方

质量

光速

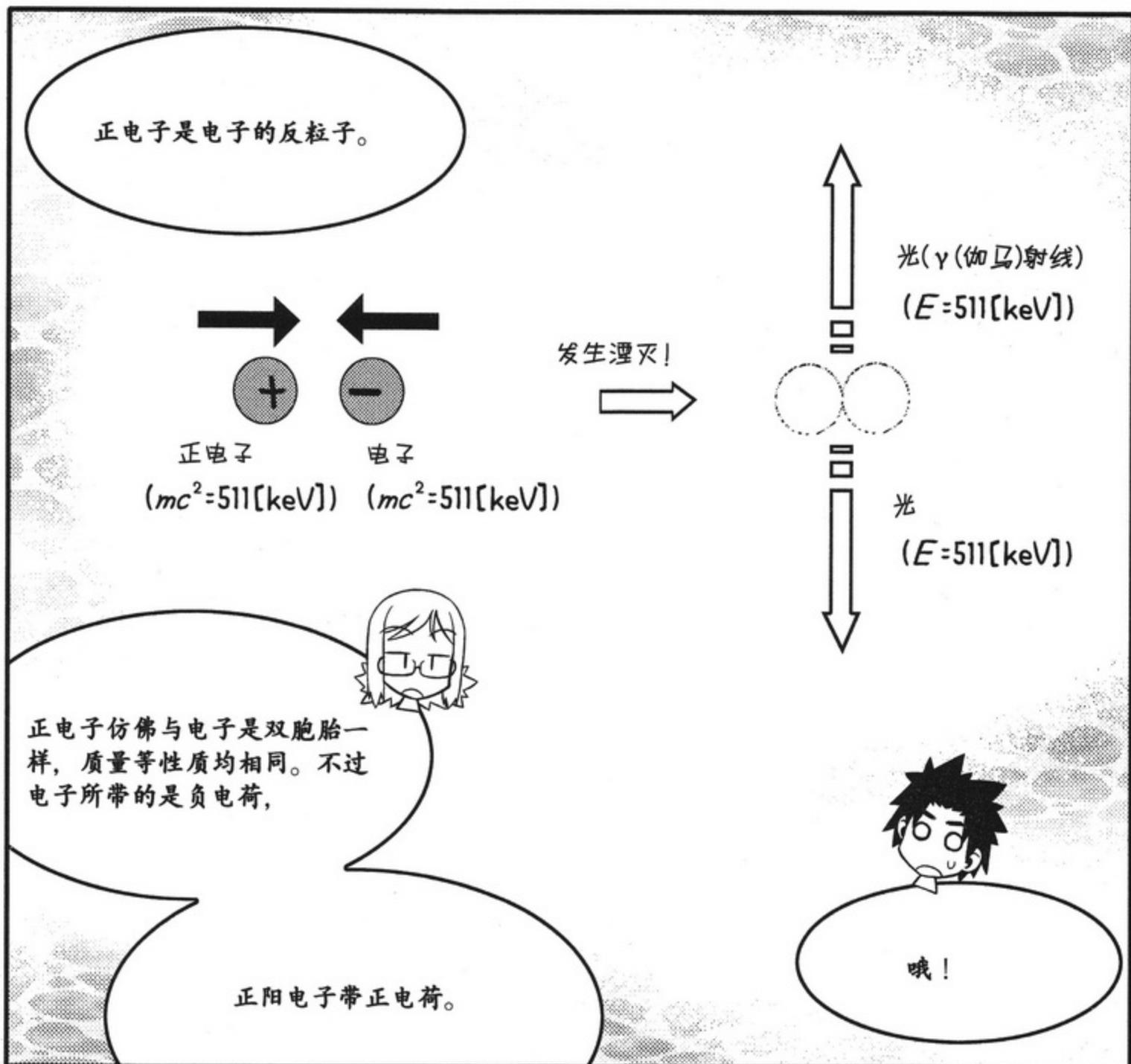
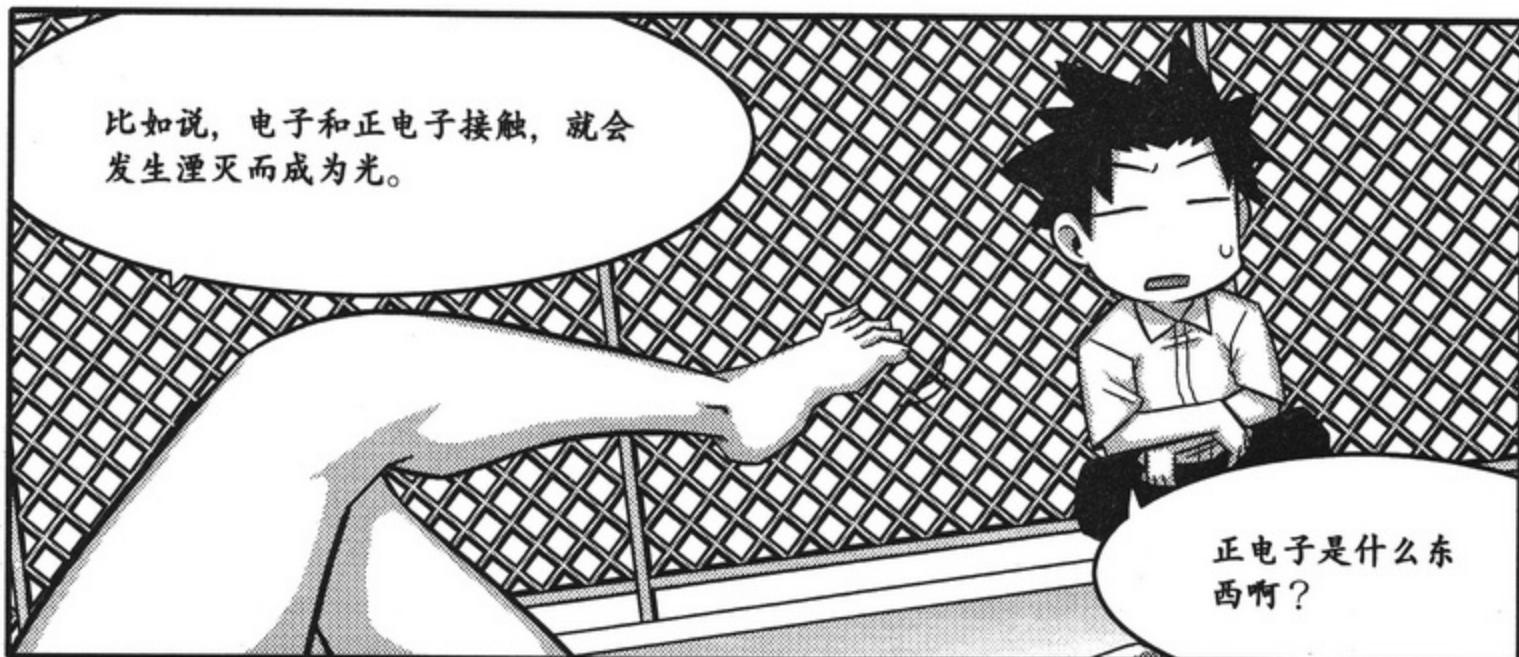
原来如此！这条腰带
可真带劲儿啊！

谁跟你说腰带了！

从这个公式能够知道，仅仅1克的
质量，也蕴含着90兆焦耳的巨大
能量。

90兆焦耳！





类似电子和正电子这样的粒子和反粒子接触的话，彼此会消失。

这叫做湮灭现象。

啊！原来粒子和反粒子相撞的话就会消失啊。

虽说消失了，不过相应地转化成了能量。

用电子和正电子消失的质量代入 $E=mc^2$ 的公式换算出一个能量值，

而它们碰撞所产生的 γ 射线这种光的能量正好是这个值。

原来如此！







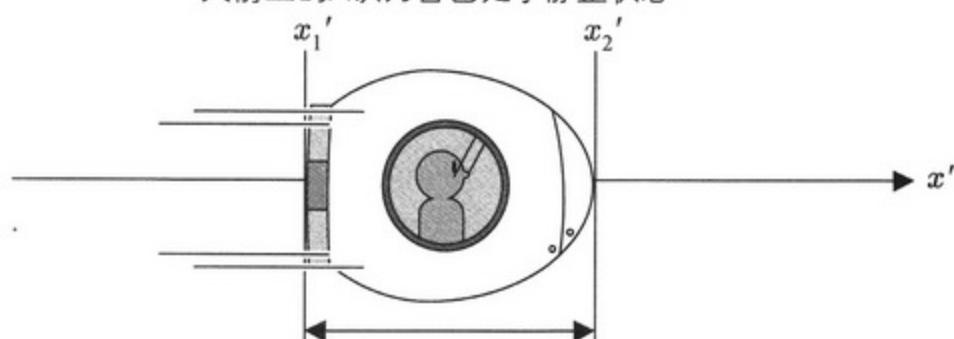
用公式看长度的缩短（洛伦兹收缩）



下面我们来看看如何用公式表示长度缩短。

这种情况下，如下所示，设火箭以恒定的速度 v 行驶。

火箭上的A认为自己处于静止状态

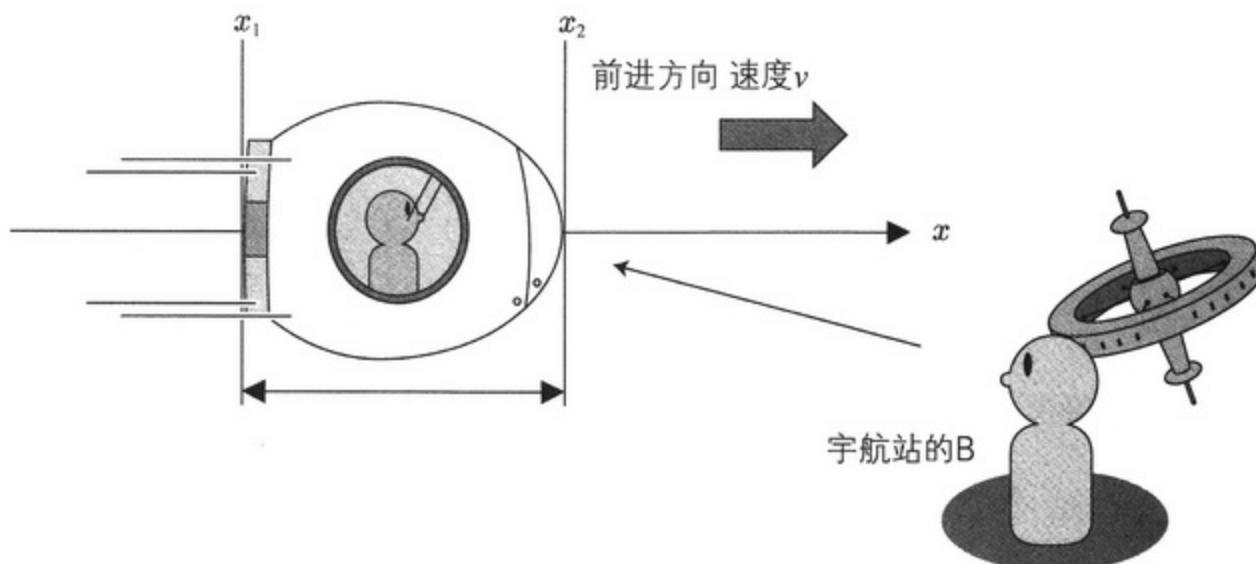


◆ 图3.1 坐在火箭里的人，测量火箭前端和后端的位置

火箭上的人测量火箭前端和后端的位置，测出前端为 x_2' ，后端为 x_1' 。

因此火箭的长度为 $l_0 = x_2' - x_1'$ 。

那么，在火箭外面（比如在宇航站上）观测这样的状况，



◆ 图3.2 站在宇航站上观测

下面就用49页补充说明里介绍的洛伦兹变换来做做看。

$$\text{应用洛伦兹变换 } x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$$x'_1 = \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$$x'_2 = \frac{x_2 - vt_2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

在此，如果设在火箭外面观测到的火箭长度为 $l = x_2 - x_1$ ，则

$$l_0 = x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - vt_2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{(x_2 - x_1) - (t_2 - t_1)v}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

由于是同时观测的，所以根据 $t_2 = t_1$ ，得到 $t_1 - t_2 = 0$ ，则

$$l_0 = \frac{(x_2 - x_1) - (t_2 - t_1)v}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{l}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

因此，

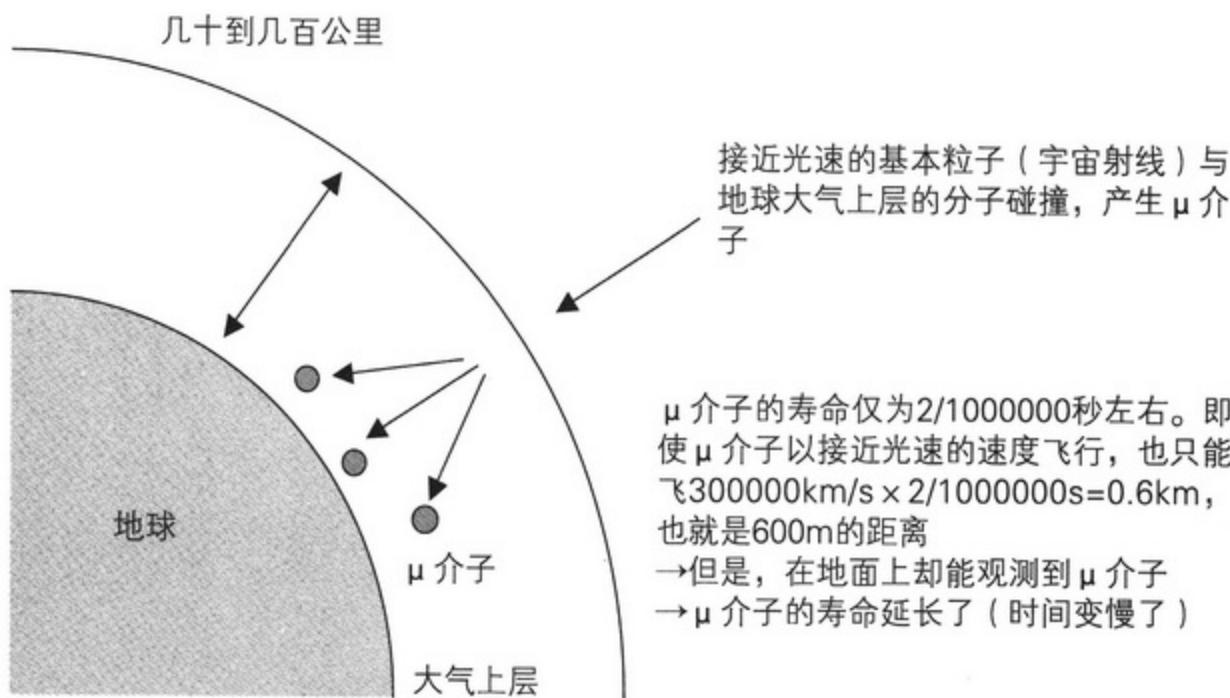
得到 $l = l_0 \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$ ，因为 $\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} < 1$ 所以得出 $l < l_0$ 。

μ介子寿命变长



之前所提到的时间变慢或者长度缩短，可不是纸上谈兵。实际上，我们每天都能观测到时间延缓的现象。

每天都有大量的宇宙射线从外太空射向地球。所谓宇宙射线，是指具有相当大能量的基本粒子。研究证实，这些宇宙射线在地球大气的上层如果与空气分子相碰撞，则会以一定概率产生μ介子。μ介子是一种基本粒子，与电子相似。这种μ介子在静止状态的地面上的实验室中，寿命仅为约100万/2秒。所以在距离地面几十到几百千米的大气上层中产生了μ介子时，即使μ介予以无穷接近光速的速度飞行，也只能飞 $300000\text{km/s} \times 2/1000000\text{s}=0.6\text{km}$ 的距离。按说应该不会到达地面。但是，在地上却可以清楚地观测到μ介子。这是因为根据相对论，μ介子的寿命延长了。这一现象也通过地面实验室中对接近光速的μ介子的实验得到了证实。



◆ 图3.3 μ介子的寿命

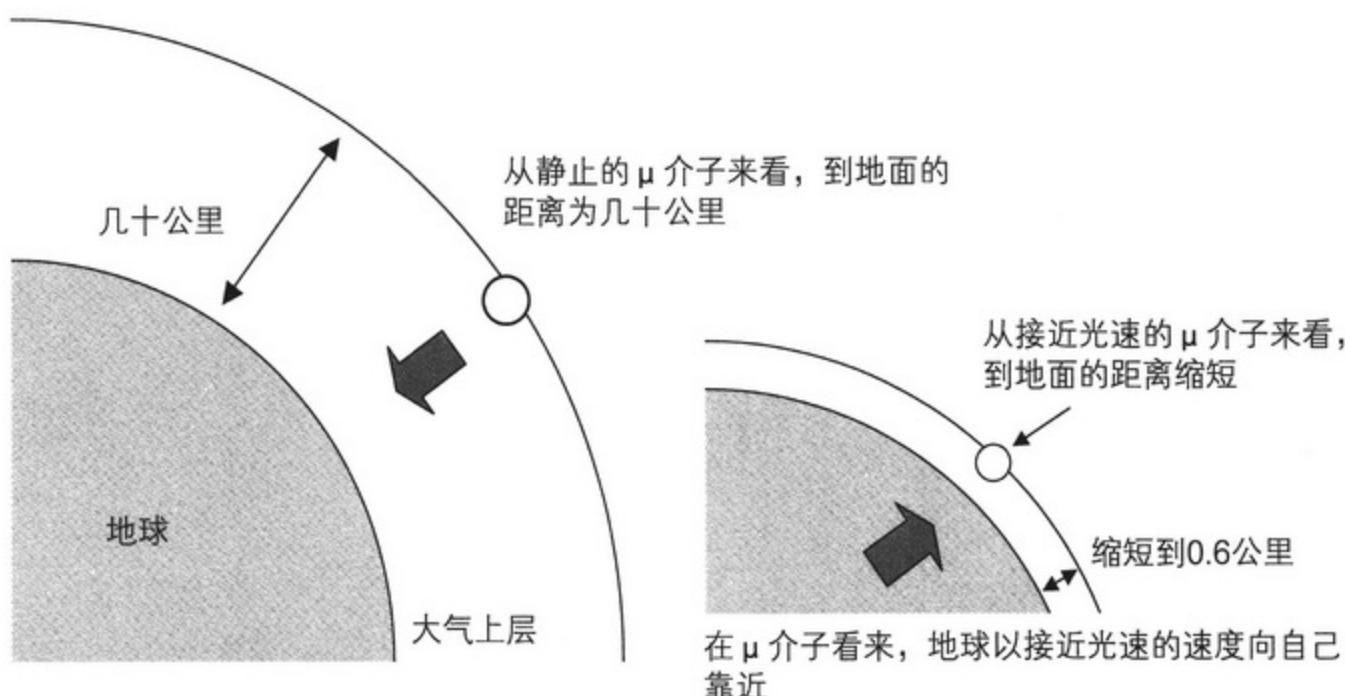
另外，我们再来看看μ介子能不能解释长度缩短的说法。

通过上面的故事我们可以知道，由于μ介子的时间变慢（寿命变长），所以在地面上也能观测到μ介子。

但是，站在以接近光速运动的 μ 介子的立场上来看，自己的寿命并没有延长，仍然是100万/2秒。然而，如图3.4所示，从大气上层降落到地面间的距离会缩短。所以，由于前进的距离缩短，寿命很短的 μ 介子也能到达地面。只要几十千米缩短到0.6千米以内，就能到达地面了。

但是，这并不是说从地面观测的 μ 介子的时间不会延缓。而说明了观测立场的不同——从朝地面下落的 μ 介子来看，到地面的距离变短了。

如上所述，根据相对论，空间也随时间一起发生变化。



◆ 图3.4 距离也会缩短

运动时的质量



当我们在考虑物体运动时的质量，要用到洛伦兹变换和运动方程。让我们先来回顾一下在相对论建立前人们是怎么思考这个问题的。

在相对论建立之前，人们研究运动的时候，认为只要运用下面给出的伽利略变换以及牛顿运动方程就足够了。

■伽利略变换：以速度 v 运动的坐标系间的变换

$$x' = x - vt$$

$$t' = t$$

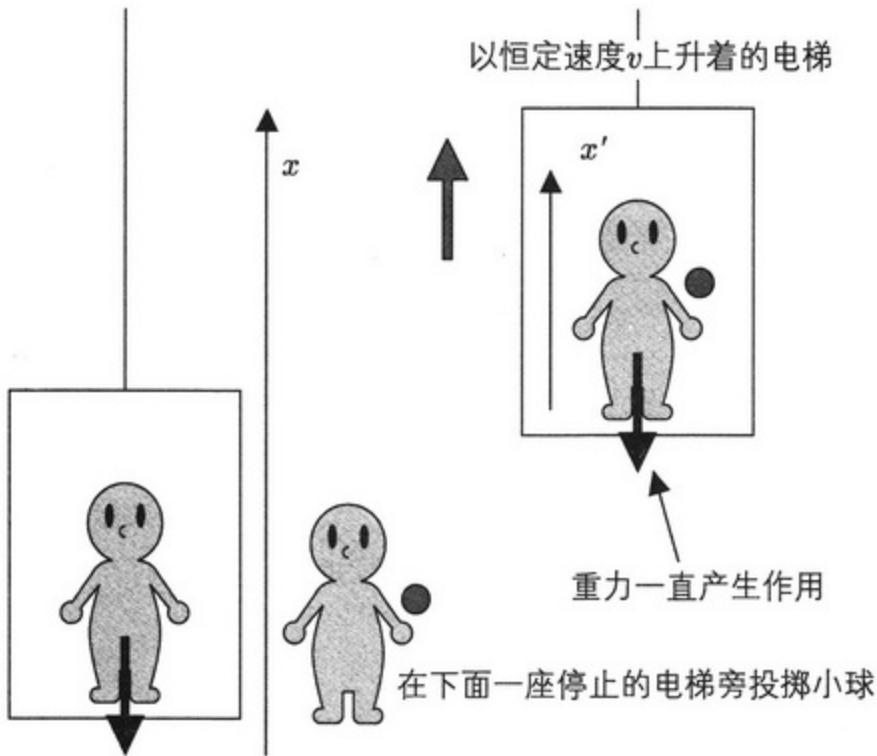
■牛顿运动方程

$$f = ma = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

在这里， m 表示质量， a 表示加速度，所以得到 $a = \frac{d^2x}{dt^2}$ 。

那么，在相对论建立之前，根据伽利略相对性原理，无论是运动的状态还是静止的状态，都会观测到同样的物理定律。

也就是说，无论是在电梯等候大厅投掷小球，还是在以恒定速度移动的电梯里投掷小球，小球会同样上下运动，并最终落回到手里。



◆ 图3.5 以恒定速度运动的电梯

下面我们套用刚才介绍的公式，来分析一下。将 x 和 x' 取做电梯的运动方向，那么电梯里向 x' 方向运动的小球的速度为

$$\frac{dx'}{dt'}$$

然后代入伽利略变换 $x'/x - vt$ ，变为

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{d}{dt'}(x - vt) = \frac{dx}{dt'} - v \frac{dt}{dt'} = \frac{dx}{dt} - v$$

在这里，根据 dt'/dt ，使用了 $\frac{dt'}{dt} = 1$ 的关系。

然后再微分，成为

$$\frac{d^2x'}{dt'^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} - v \right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

○

在这里，施加在小球上的力只有重力，用 g 表示重力，则

$$g = f = ma = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

在此，用 a' 表示以恒定速度运动的电梯内的加速度， f' 表示力，则

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = m \frac{d^2x'}{dt'^2} = ma' = f' = g$$

运动方程的形式没有改变。

如上，运动方程的形式不变，代表物理定律相同。

下面，再用洛伦兹变换来分析一下上面的事例。

■ 洛伦兹变换

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

洛伦兹变换中，时间 t 和空间 x 相互联系。

由此，以 ct 的形式，合并单位的因次 ($c [m/s] \times t [s] = ct [m]$)，再来考虑将4个看做同等参数的组合。

(ct, x, y, z) \leftrightarrow (ct', x', y', z')：通过洛伦兹变换，双方互相可以变换，这说明时间和空间是一起变换的。

由这一思路可以得知，对运动方程进行洛伦兹变换，保持形式不变的情况下进行扩展，则在牛顿力学里被认为是常数的“质量”也可以表示为类似洛伦兹变换的形式。

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

在这里， m_0 被称为“静止质量”，是在静止的坐标系 ($v=0$) 下测量得到的质量。

能量和质量的关系



同样，我们再来看看符合洛伦兹变换形式下的能量，

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

则可以用以上形式表示出来。在这里，使用刚才的关系

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

则可以推导出著名的能量和质量的关系： $E=mc^2$ 。

那么，当 $|x| \ll 1$ 的情况下，以 $(1+x)^\alpha \cong 1 + \alpha x$ 的条件（速度 v 与光速相比足够小）使用 $\frac{v}{c} \ll 1$ 这一近似公式，则

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = m_0 c^2 \left(1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}} \cong m_0 c^2 \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c}\right)^2\right) = m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2$$

这表示了牛顿力学下的情况， $\frac{1}{2}m_0v^2$ 相当于动能。并且， m_0c^2 叫做势能。

也就是说，物质即使静止，也聚集了相应多的能量。

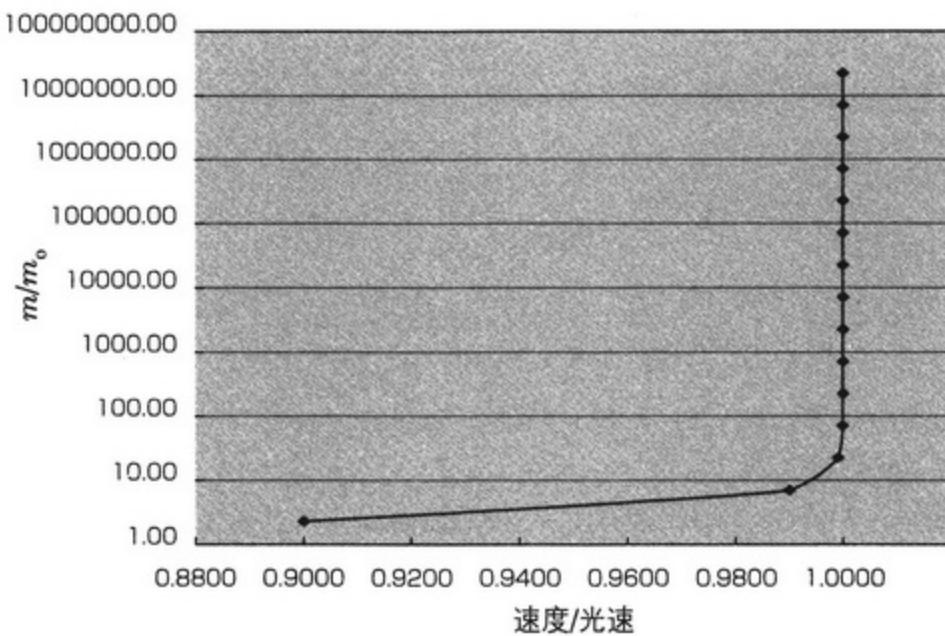
光的质量为零？



通过表示物体运动时的质量公式

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

可以得知，当速度 v 达到光速 c 时 ($v=c$)，则分母为 0，质量变为无穷大。所以具有质量的物体无法加速达到光速大小。



◆ 图3.6 质量和速度的关系

那么，以光速进行运动的光又怎么样呢？可以认为上述的静止质量 m_0 为“0”。反过来说，静止质量为零的光，低于光速则无法运动。而真空中的光就总是以光速进行运动的。



什么是广义相对论？

嗨！
这不是皆木
老兄嘛！

今天也有相对论的课？

没错！
你们这是参加社团活
动去？

啊——
天儿怎么这么热！
烦死我了！

也真难为你了。像我这样
的，光参加社团活动和写
作业就焦头烂额了。

嘿嘿！

我这可是为了全体学生在
努力啊。这么想想也挺带
劲儿的。

确实啊，多亏
了你。

麻烦
扔过来！

我们总算是幸免于
难了。

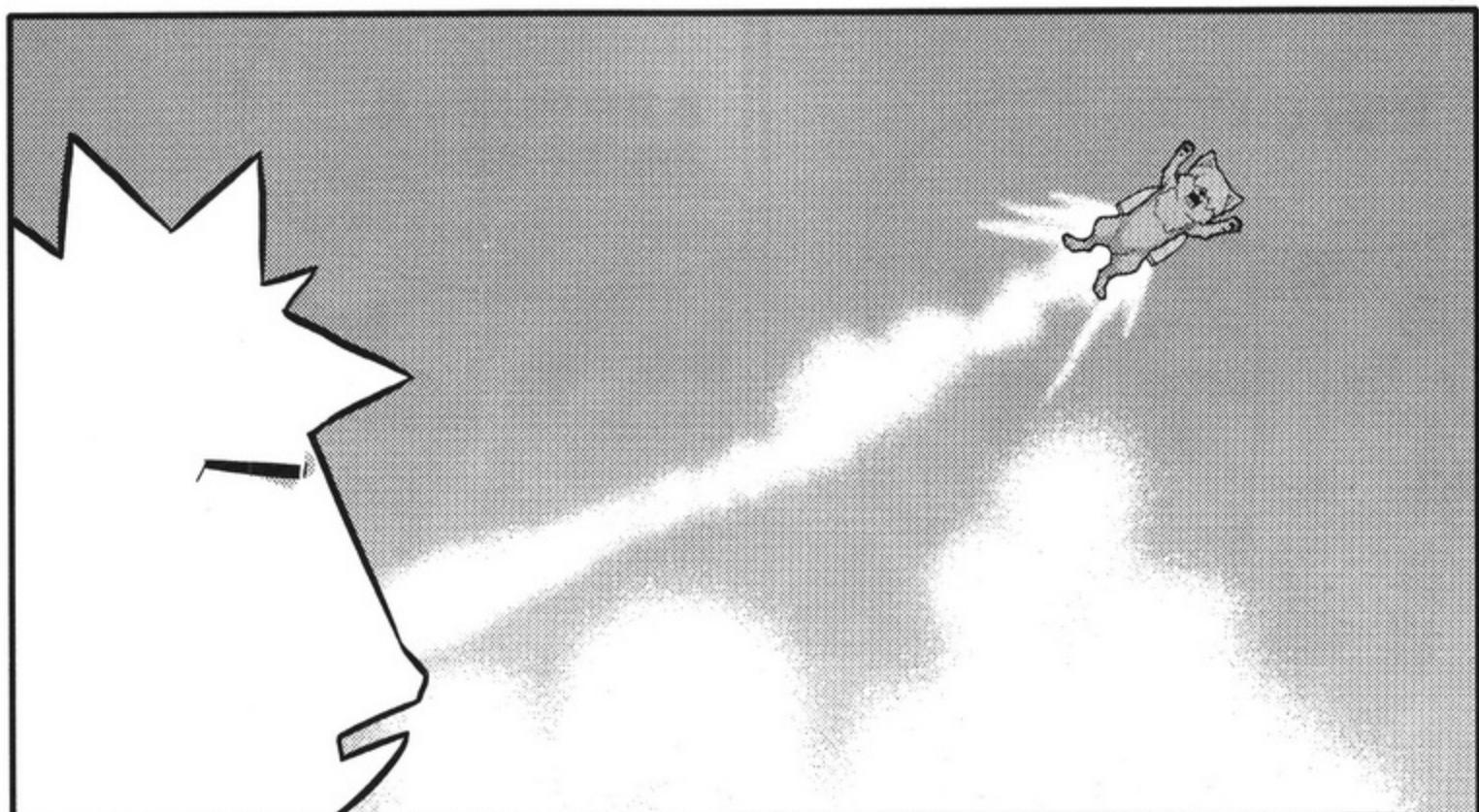
汪

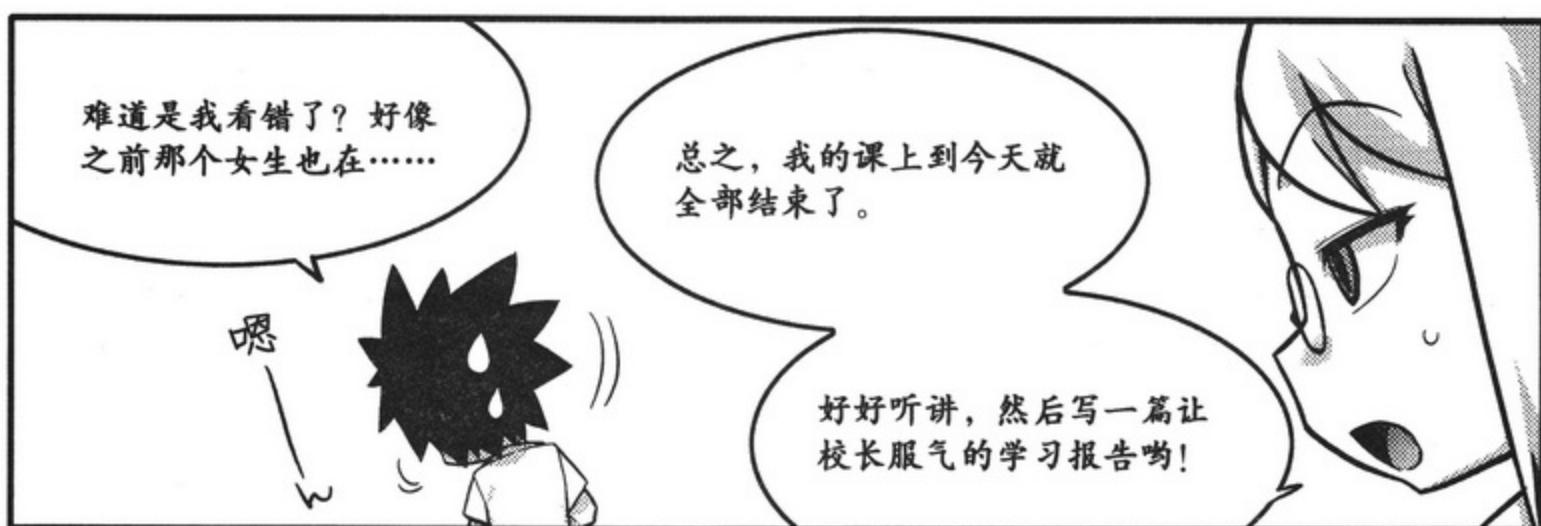
那我扔啦——

咔
咔



？





没错。从数学的角度来说，广义相对论要比狭义相对论难懂得多。

广义相对论

我记得第一堂课的时候也这么说过吧？

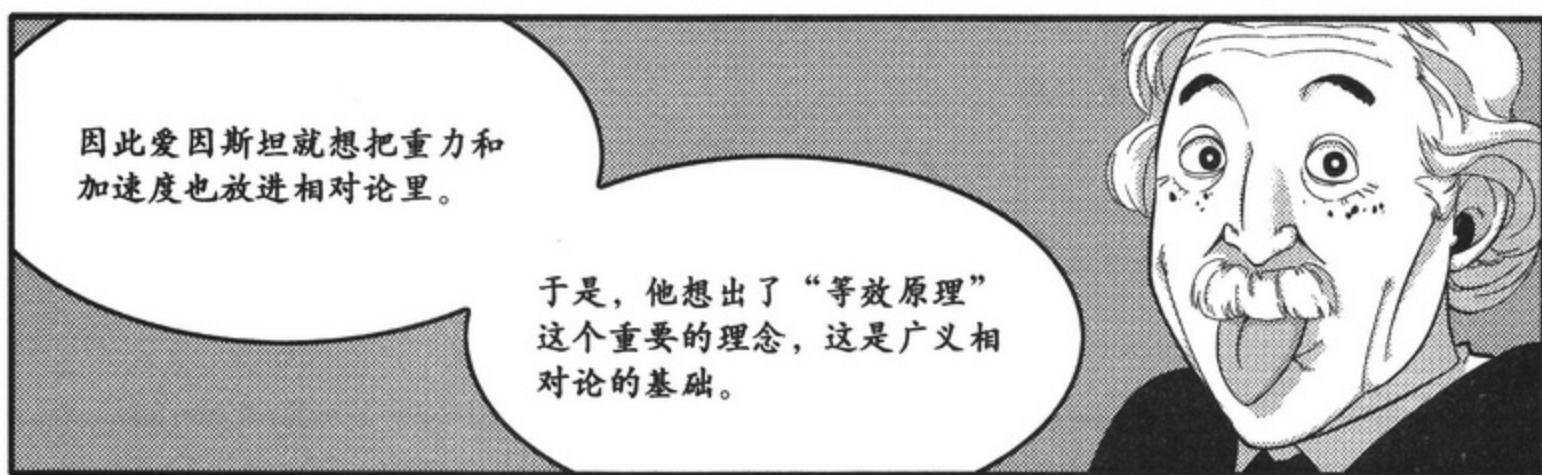
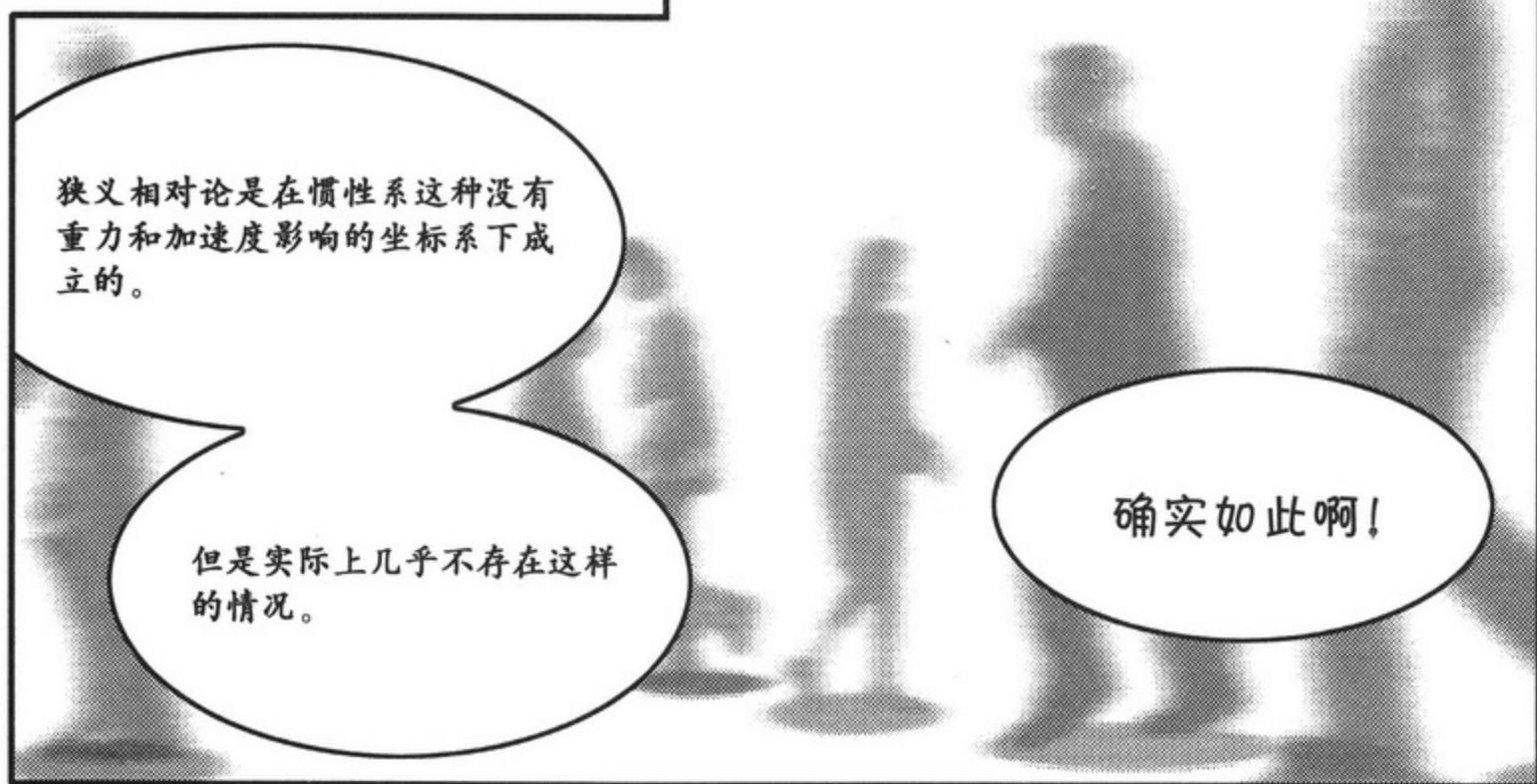
所以关于广义相对论，就只能大概地说说。

广义相对论会提到，产生很强重力的星体附近，光会弯曲，而时间的推移也会延缓。

那么就先从这点讲起吧！

老师，我会努力去理解的！

1. 等效原理



惯性力什么的，听
不太懂啊……

那我就来解释一下吧。

首先，假设皆木同学乘坐
在一艘漂浮在宇宙空间内
的火箭上。

什么
没有……

这艘火箭没有窗户，看不到
外面的情形。

在没有重力的作用下处于
失重状态，

所以你在空中飘着。

飘

是啊。

但是，一旦火箭启动并
开始加速，

皆木同学的身体就会被
推到与火箭前进相反的
方向。

啊呀
好痛苦！

这种感觉就跟我们坐电车时，
发车后感到有一个力把我们往
后推一样吧。

咔嗒

这个力就叫做“惯性力”。反正
在电车更常见，下面就举坐电车
的例子来看看吧。

发车的时候，电车朝运行方向
加速，向前行驶。

但是，身体却被往后拉，
仿佛被电车甩到后面一
样。

这就是由于身体想保持电车启动前
自己静止的状态造成的。

电车开始运动

原来如此！！

也就是说，我们的身体在遵循惯性定律。

这种时候感受到的力，就叫做“惯性力”。

惯性力

这个时候只有坐在车厢里的人才能感到惯性力。

而在电车外面的人，这时是感受不到惯性力的。

同样地，当电车减速时可以感受到与减速方向相反的惯性力。

我们的身体想保持原有的速度，所以此时会向前倾。

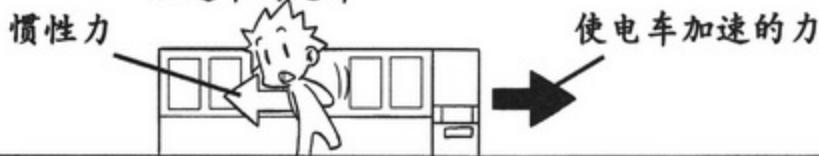
味味

就是这样，惯性力在电车加速和减速时，与其方向相反、大小相同。

静止的电车



加速中的电车



以恒定速度行驶的电车



减速中的电车

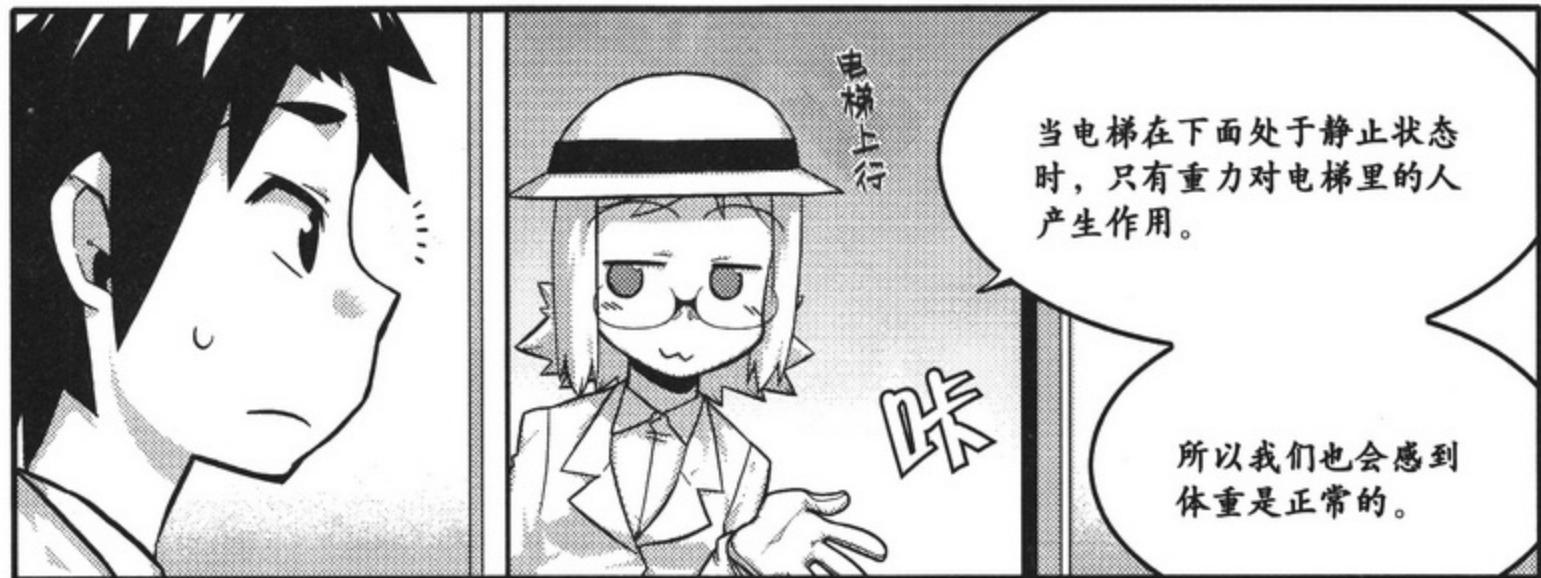


静止的电车



好，下面我们再以电梯为例，来看看考虑重力的情况。

电梯是吗？



这样子啊！

由于人会在与重力作用相同的方向上再感到一个惯性力，所以才会感到自己的体重变重了呢！

而且当电梯匀速上升的时候，只有重力作用，所以会感到体重恢复正常。

这个时候由于速度是恒定的，所以没有惯性力的作用。

哦哦~

然后当电梯想停下而放慢速度时，由于此时减速的力与加速时方向相反，所以惯性力也随之相反。

1 2 3 4 5 6 7 8 9

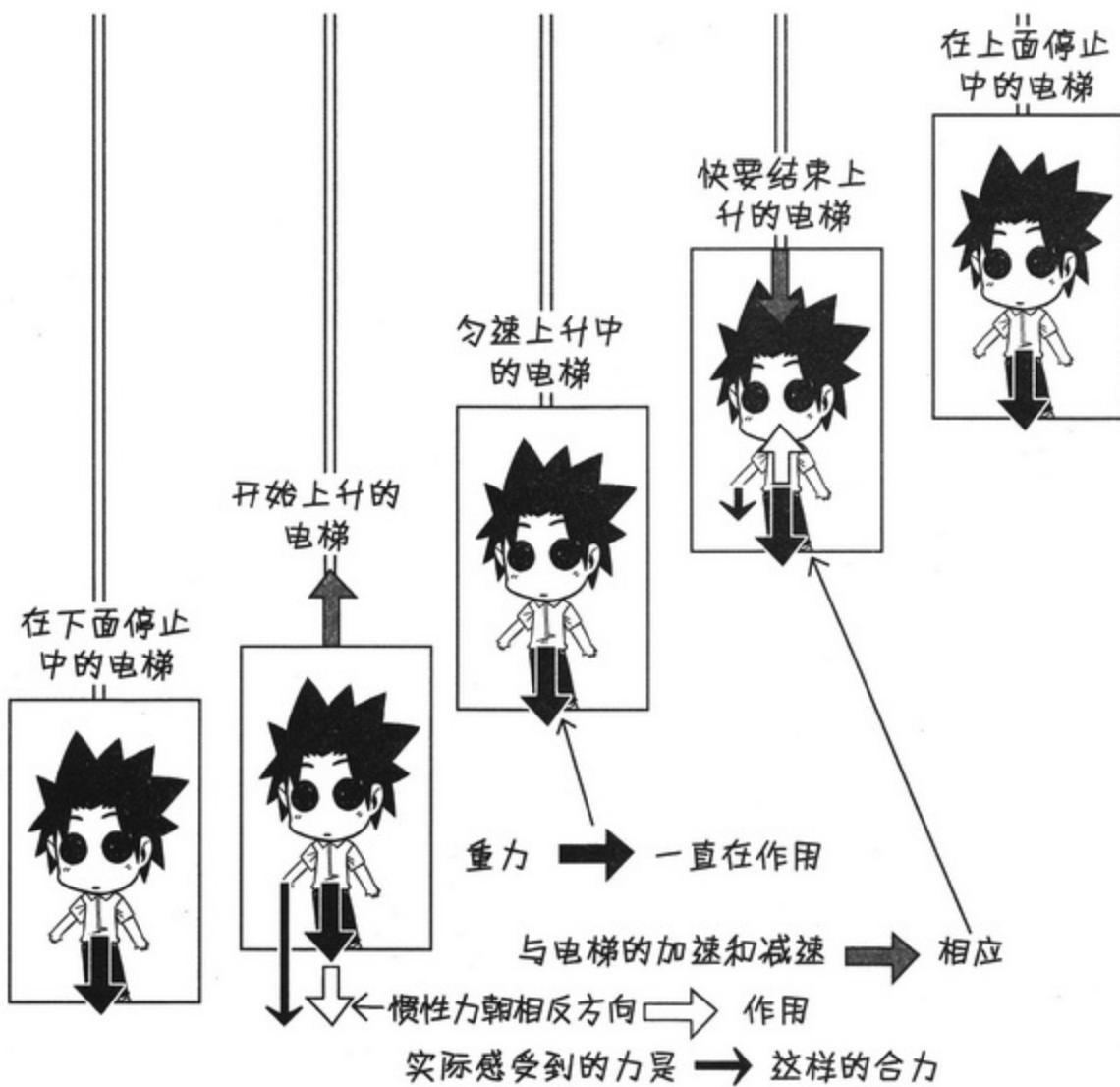
呼 呼

此时感受的力为“重力减去惯性力”，所以结果变小了。

所以才会感到自己体重减轻了啊！

轻

现在你明白了吧，即使有重力的作用存在，惯性力也跟在电车中的情况一样发生作用。



最后再来看一下“离心力”，这也是惯性力的一种。

记住，惯性力是在加速（改变速度）的时候出现的。

咔

你玩过游乐园里的旋转游戏吧。来看看旋转秋千吧！

游乐园到了

坐在以较快速度一圈圈旋转的旋转秋千上时，会感到自己仿佛要被抛到外面。这种力叫做离心力，同时也是惯性力。

是这样子啊？

当人在旋转时，原本应该遵循惯性定律，以每一瞬间的速度进行着匀速直线运动。不过现在被强迫着进行曲线运动。

这种情况下，速度变化的方向，也就是加速度的方向朝着旋转的中心。

所以惯性力就会朝着旋转中心相反的方向发生作用。

拿航天飞机来说的话，

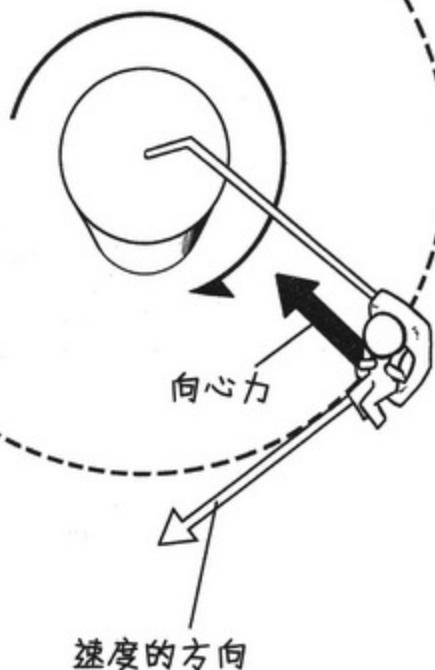
飞机内的人受到来自地球的重力，而且飞机绕着地球做旋转运动。

所以惯性力（离心力）在与重力相反的方向发生作用，这样正好抵消，于是就产生了失重的状态。

本来人应该继续沿直线运动，然而受到一个旋转中心方向的力，被改变了速度。

游乐园的旋转秋千

在航天飞机内重力和离心力相互抵消，出现失重状态。



那么，再回到那个没有窗户的火箭上来。

如果火箭行驶时受到的加速度与地面上的重力加速度相同，

轰隆隆

隆

飞起来了？

那么皆木同学会受到一个与地面上的重力相同的惯性力。

火箭的加速度

由于惯性力，
仿佛重力在作用一样。

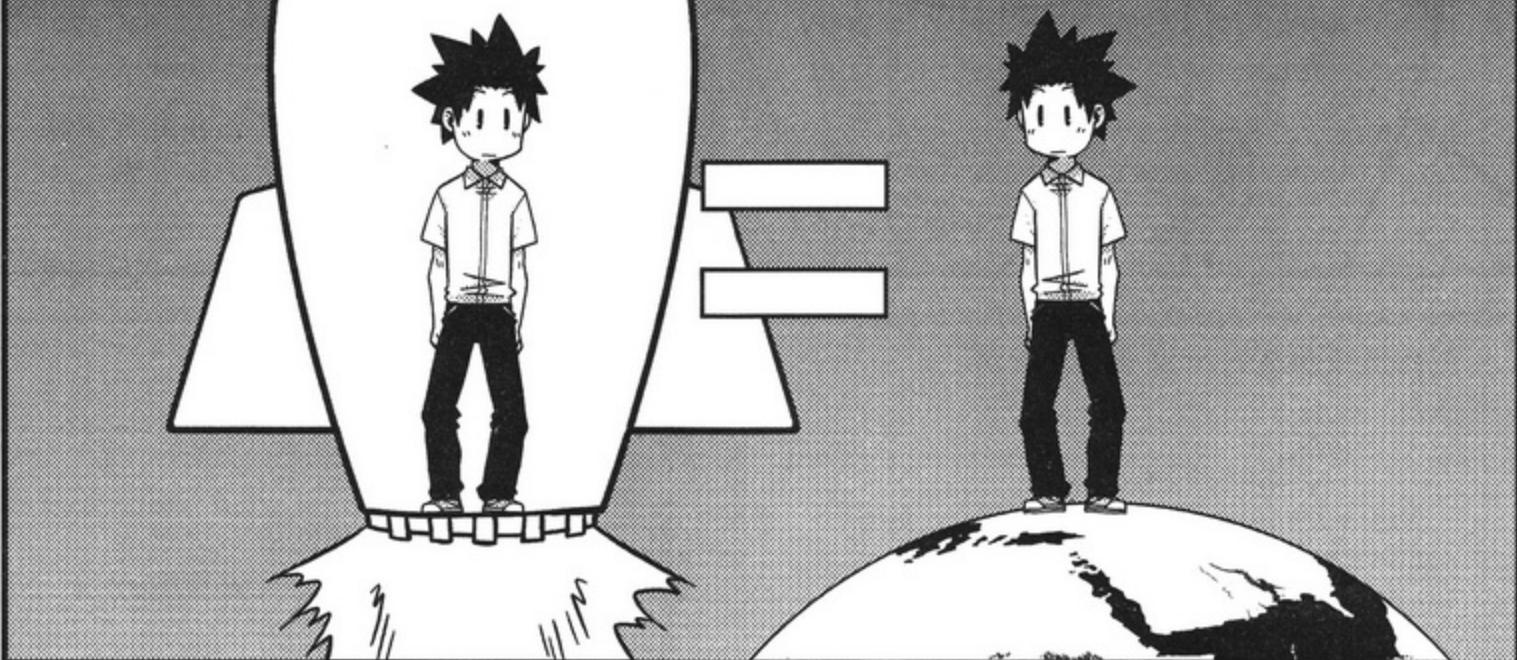
确实是这样子啊。

所以说，你岂不是既无法了解外面的情况，也感到跟受到重力的效果相同？



也就是说，与在地面上受重力静止的状态无法区分。可以把重力和惯性力看做是相同的。

这就叫做“等效原理”，刚才也说过，这是爱因斯坦在考虑广义相对论时作为基础的原理。



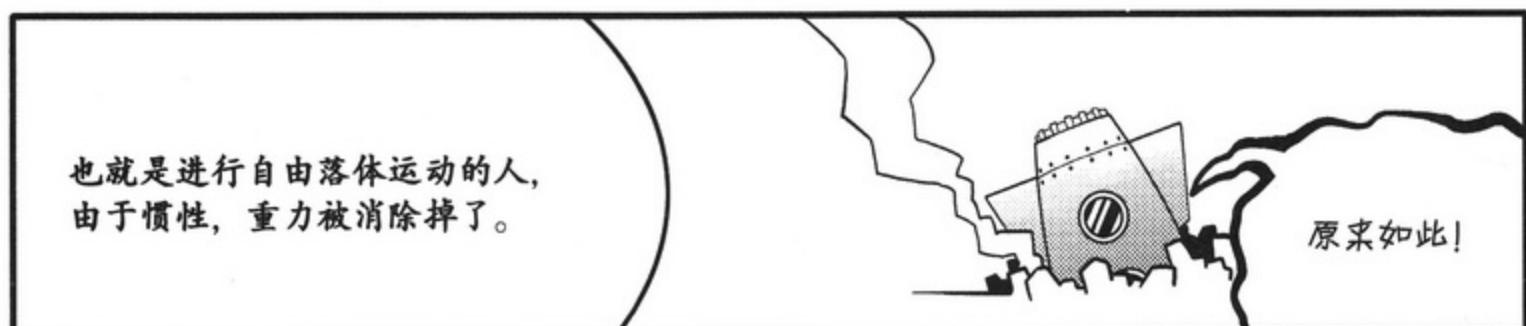
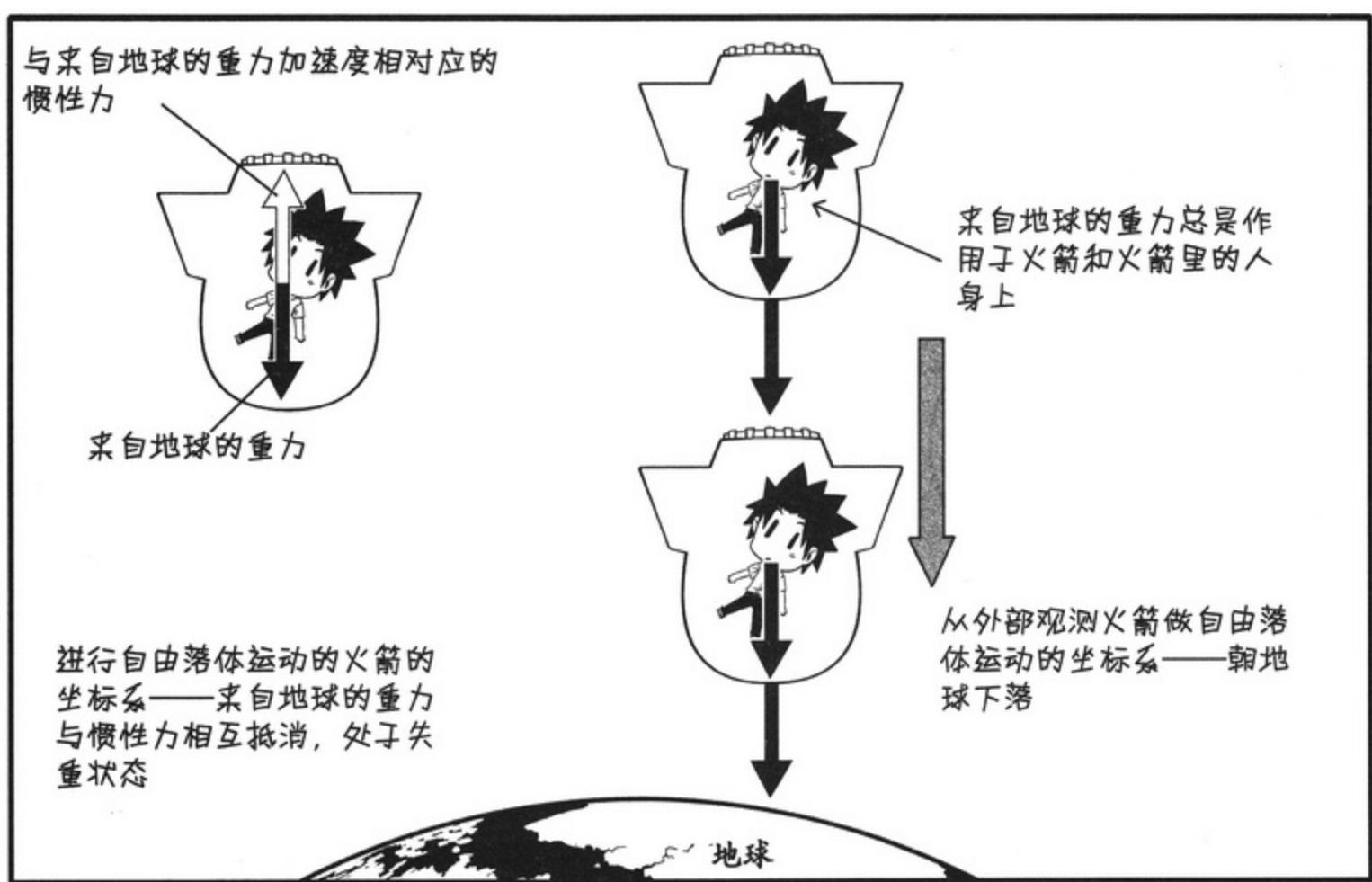
反过来考虑的话，也可以消除重力。

咦，这是怎么回事呢？

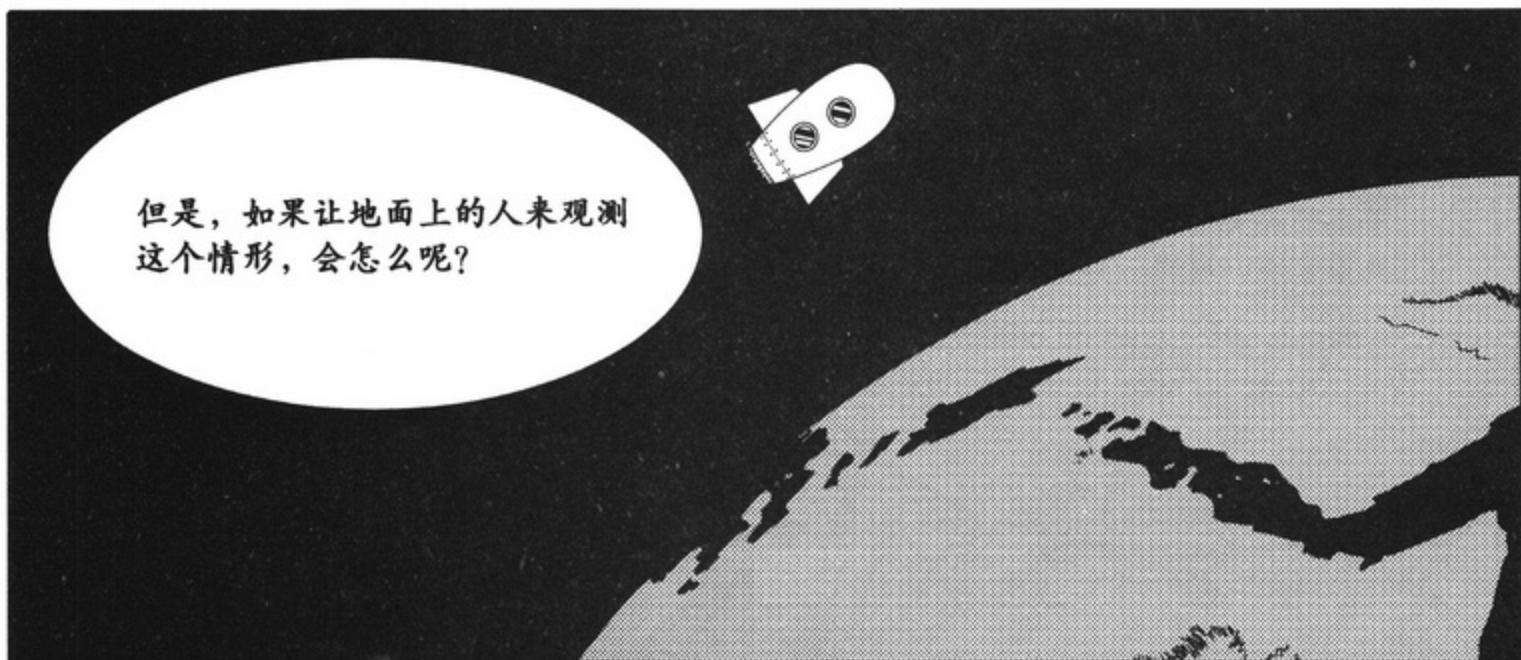
假设火箭以刚才的状态来到地球上，

如果进入了地球的重力场内，那么火箭里的皆木同学也肯定会受到重力作用。

确实是这样啊。



2. 光因为重力而弯曲



是说由地面上的人来观测在火箭中飞行的小球吗？

没错。



在进行自由落体运动的火箭内观测，则小球进行匀速直线运动。



而地球上的人观测，则小球做抛物线运动。



我这样假设是有点牵强，不过如果真的成立的话，小球的轨迹从地面来看，就像一条抛物线。

这是因为从地面上看，火箭以及我是直线下落，而小球同时还在水平前进的缘故吧。



那么如果不是小球，而是发射一束光会怎么样？

这个现象也让地面上的人来观测的话，会跟小球一样看起来是弯曲的。

啊，这也就是说……

没错！这就是所谓的由于重力而导致光的弯曲。

嗯——可是啊，

大体听起来的话，确实好像是那么回事，不过总觉得有什么地方不对劲儿。

这里最关键的就是，

在火箭里水平运动的光从地面上观测的话，则看起来弯曲了。

嗯？

这是因为地球的重力使空间发生了畸变，所以才得到这样的观测结果。

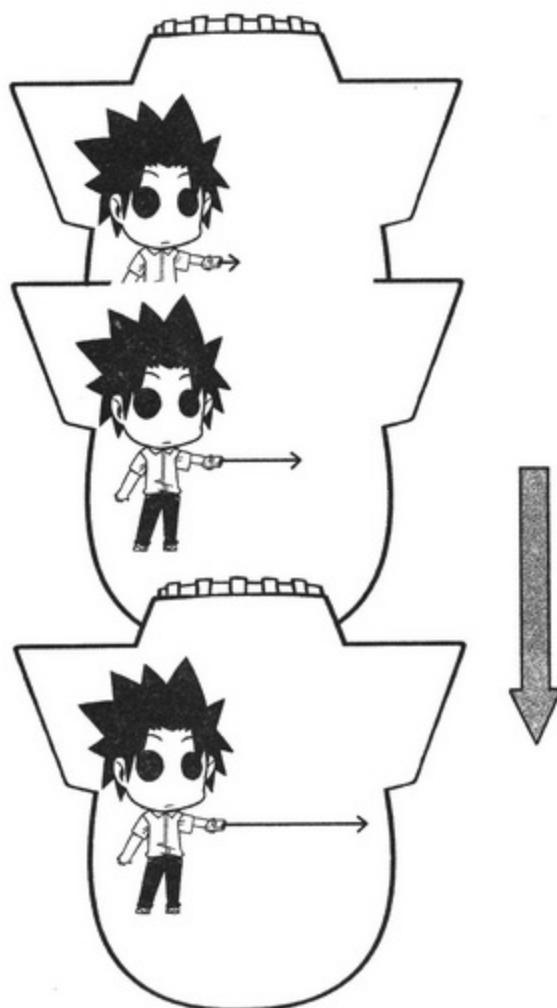
畸变 畸变 畸变
……欢迎来到我的畸变空间！

这个声音是……
畸变男爵！
原来是你捣的鬼！

您说的重力导致空间
畸变，我也不太明白
啊……

下面按顺序来说
说吧。

首先，如果在处于惯性系并
进行自由落体运动的火箭内
发射一束光。



由于狭义相对论成立，所以光以
光速笔直前进。

有一艘做自由落体运动的火箭，从地面观测里面的光的前端部分，会看到抛物线的轨迹。

抛

在水平方向，根据狭义相对论，光以恒定的光速前进，

垂直方向由于重力的原因而下落，也就是说合成的话会呈一条抛物线。

从地面对自由落体运动中的火箭内的光的前端部分进行观测，会看到抛物线的轨迹。

※由于光的速度比小球要快很多，所以实际上的弯曲程度看起来不会这么大。

跟观测小球的感觉是一样的噢！

在进行自由落体运动的火箭里观测，光在惯性系里以时空的最短线程，即直线前进。

那么，从地面观测进行自由落体运动的火箭内部……则光看起来发生了弯曲。

看起来就好像没有采取最短线程，而是绕了远路。

也就是说由于在火箭内部观测或者在地面观测的情况不一样，而导致光的轨迹看起来不一样啊。

没错。
不过……

广义相对论规定，光穿过时空的最短线程这一物理现象，

不会因为观测立场的不同而不同。

老师，这不是自相矛盾了吗？

别激动嘛！

嗯……

在惯性系里时空是平坦的，所以会观测到光沿直线行走——这点跟狭义相对论一样。



然后，如果从外部即地面上观测加速系，则时空本身发生畸变，那么光不就在这个畸变的时空里沿最短线程“笔直”地行走了吗？

爱因斯坦就是这么想的。

啊啊啊？

嗯……

这可真是异想天开啊！

算是吧。

然后他就想，那么时空的畸变，
不就是重力本身吗？

我完全搞不懂什么
畸变的时空。

这个啊……比如说，球面
是弯曲的面，对吧。

那么沿着这个面的最短线程，
就是一条曲线。

空间畸变确实
很难想象出来。
但是比如说，沿
着球体等弯曲表面的
最短线程，即
是大圆的一部
分。



为了简化问题，咱们
就用二维，也就是平
面来分析吧。

我看你都快被
烧化了！

老师，拜托了！

这是什么啊？

假设在这里放上一个保龄球一样的球吧。

这个像蹦床一样，把橡胶布平铺在铁圈上。假设这个就是“空间”。

这么一来，放上球的部分肯定因为重力而凹陷进去。

确实是这样啊。

这个凹陷就好像是空间畸变的形象。

就这个？

然后在里面再放一个球。

这样凹陷的范围就会
扩大，两个球也会互
相靠近。

而导致这两个球相互靠近的就
是重力。

原来如此！

咯 嘻

也就是说，正如球让橡胶
布发生凹陷一样，如果有
物质的话，周围的空间也
会畸变。

并且，这个畸变的空间
会产生重力现象。

咚

现在我有点能想象出来了。

所以，沿着这种畸变的空间前进的光，让远处的人来观测的话，看起来就是弯曲的。

这样子啊！

3. 时间因为光而延缓

那么接下来，

我们再来看看时间吧。

啊！

之前您讲过，在有很重力作用的地方，时间也会延缓。

没错，正是如此！

那么，这个也用比喻来解释吧！

啪

假设有一座
很高很高的塔，

塔上站着A，
而塔下站着B。

然后在塔的旁边有一座
电梯，里面站着C。

3个人都拿着同型号的
单指针计时器。

但是由于重力的缘故时空发生畸变，
所以不清楚他们各自的时刻以及时间
的推移快慢是否一致。

在电梯进行自由落体运动的情况下，对比3个人的计时器，调查重力对时间推移的快慢产生怎样的影响。

此时，

- 自由落体运动中的电梯处于失重状态。

• 电梯里，狭义相对论成立。

• 因此，电梯里的计时器以恒定的时间间隔走针——记住这点并开动脑筋吧。

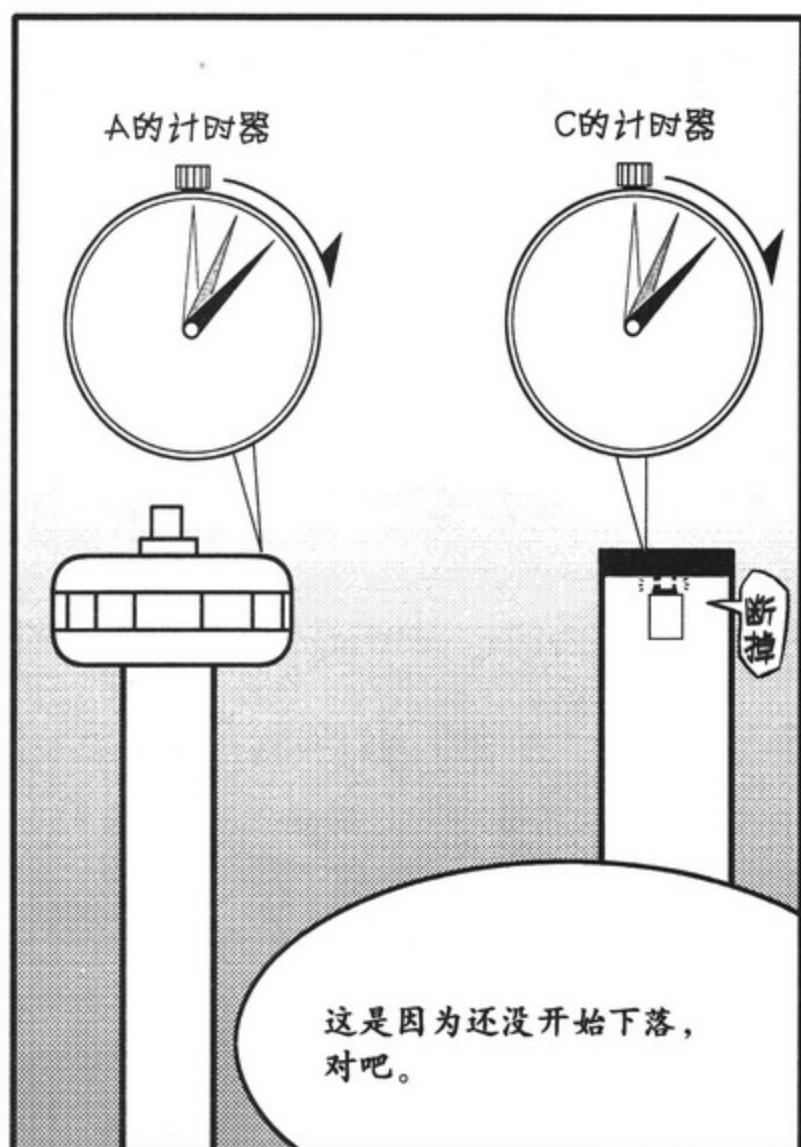
光笔直前进

沉住气按顺序一步步地来
思考——

最初A和C在同样的高度，
受同样的重力。

然后，校准A和C的时刻和时间
推移的快慢，使其节奏一致。

大家好。



电梯受重力牵引，速度
越来越快。

呼

啊
啊
啊
啊
啊
啊

呼

然后，C所乘坐的
电梯

以某个速度经过B的
身边。

啊！
小C呢？
小C不会有事吧？

嗯……画成图的话，就是
这个样子！

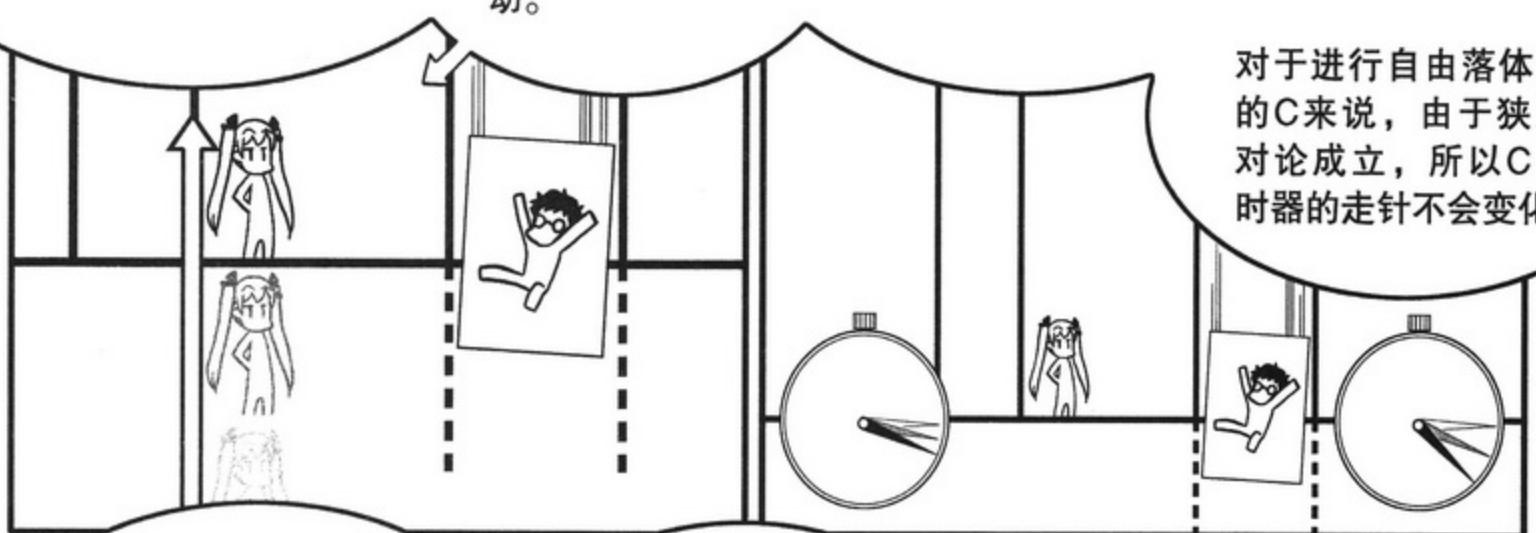


小C到底
有没有事啊！！

此时从电梯内的C来看B的话，则与自己从塔上向下落的运动正相反，

B看起来应该是在从下向上运动。

在C经过B身旁的一瞬间，根据狭义相对论，B的计时器的节奏变得比C的慢。



那么以C为基准分析一下吧。刚开始下落时，A和C的计时器的节奏是一样的。

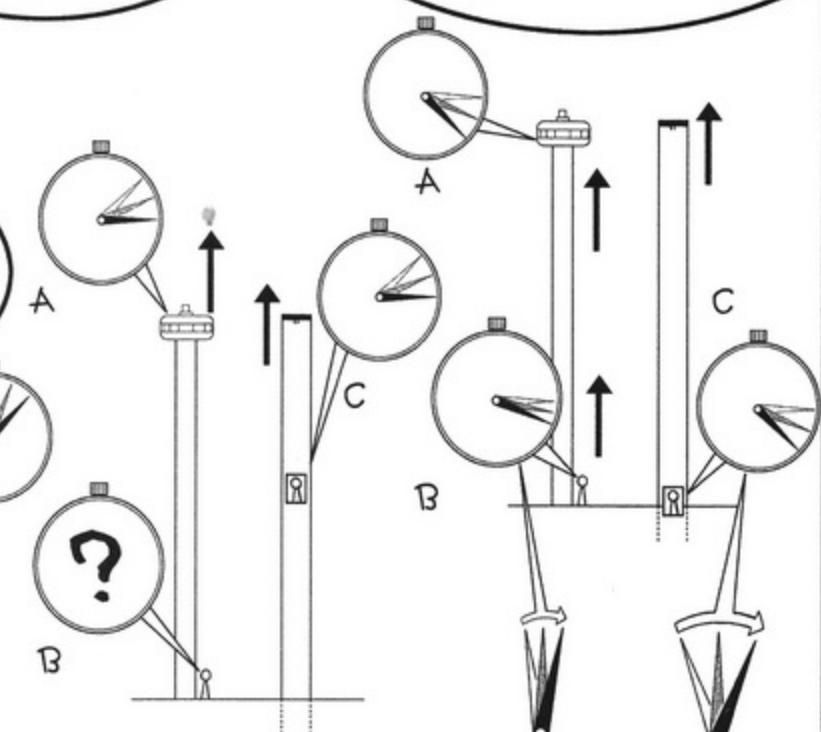
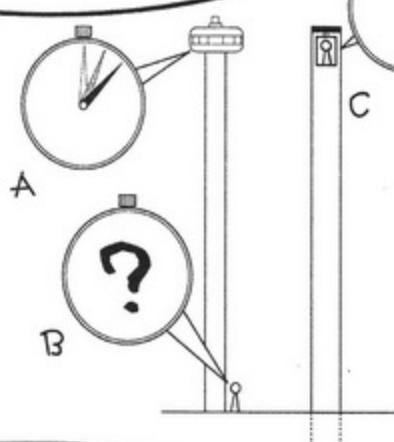
而对于进行自由落体运动的C来说，狭义相对论成立，所以C的计时器的节奏不变。也就是说前进时的节奏跟刚开始下落时一样。

并且在下落的最后比较B和C的计时器的节奏，B的计时器的节奏比较慢。又由于C和A的计时器是同样的节奏，所以B的计时器的节奏要比A的计时器的节奏慢。

原来这就是所谓的“在较强重力作用的地方，时间会延缓”啊！

没错。

B接近重力源而且重力势低；而A远离重力源而且重力势高——B的计时器的节奏就比A的节奏要慢。



站在C的角度，看起来周围的东西都在向上升

B的时间要比C的时间走得慢

就是说，越是重力势¹低的地方，时间的推移就越缓慢。

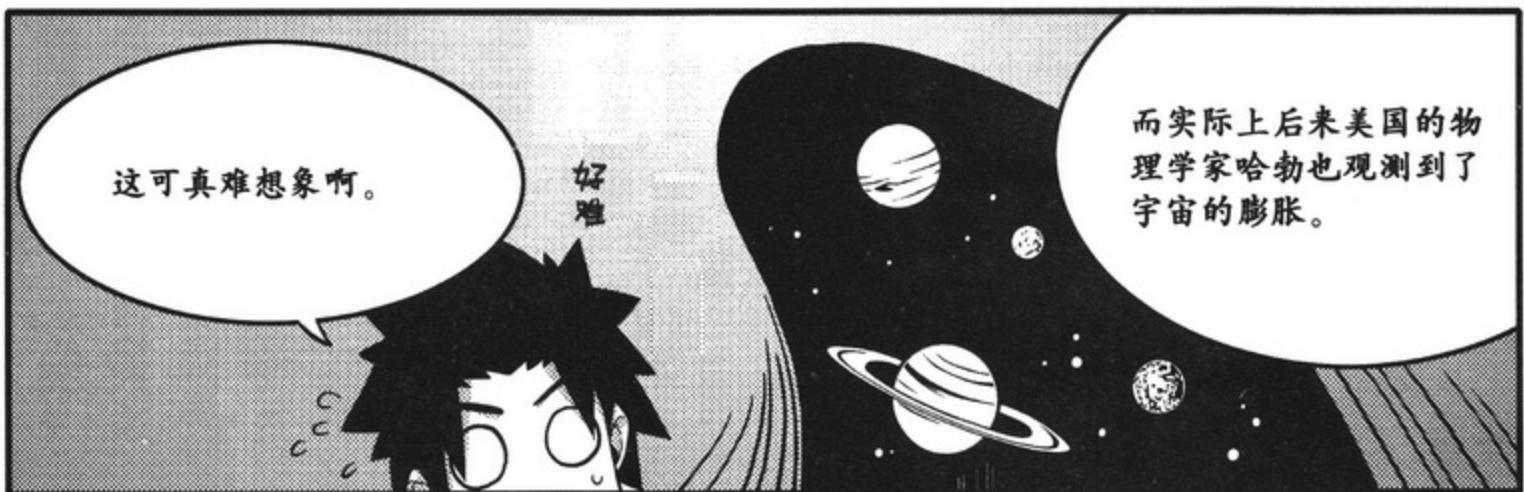
1. 重力势……用重力势能除以质量得出。

4. 相对论与宇宙





他通过广义相对论推导出宇宙有可能会变大或缩小。



人们曾创建出过很多个宇宙模型，而由广义相对论所推导出的……

“宇宙可以变大或缩小”的学说，

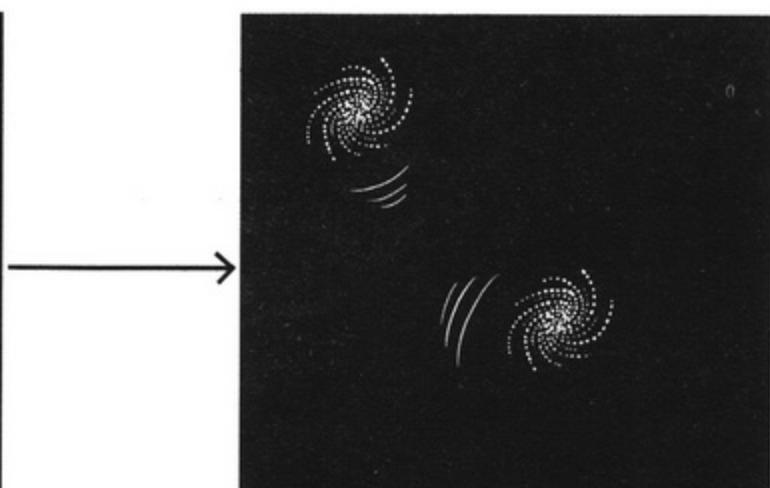
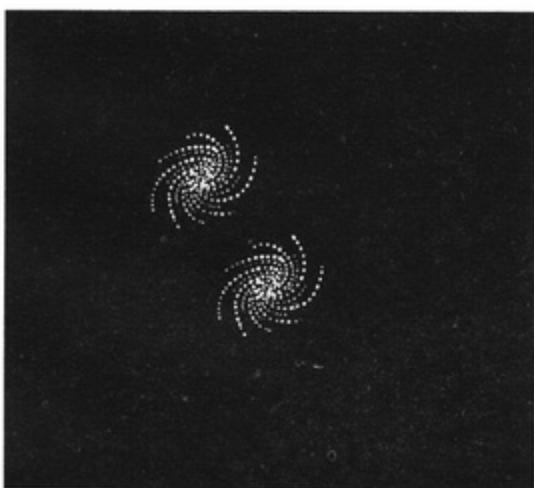
拉伸

被认为是最有说服力的宇宙模型。

人们得知宇宙作为时空能够变大或缩小。

空间不再单纯是一个容器，它能够与质量相互作用，改变自身的大小。

牛顿力学里考虑到了物质能够在无限的“空间”中延伸，但没有想到空间本身就会延伸。

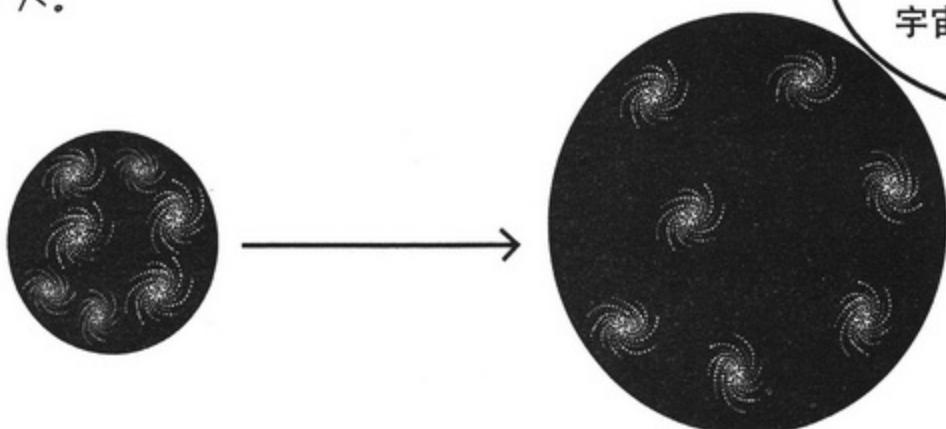


哈勃的观测，清楚地证实了宇宙在膨胀……

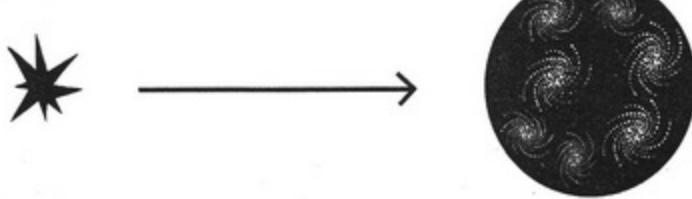
由此，宇宙大爆炸理论就诞生了，

根据哈勃的观测，宇宙是在膨胀的，宇宙中的星系间的距离正在扩大。

具体内容是“宇宙诞生于一个点的大爆炸，这就是宇宙大爆炸”。



由上述的观测，宇宙大爆炸理论，即宇宙的初始源于集中于一点的大爆炸 (big bang)。



这个词我听说过，
BIG BANG!

这个词听起来
特别带劲儿！

BIG BANG

说话怎么这么幼稚！



这段时间你也算是努力呢，就当是给你的奖励吧！

绝对不许迟到哟！

好的……

不过总算是有点暑假的感觉了啊。

久等了！
哎呀，不好意思啦……

身为老师怎么能带头迟到呢？

美女啊

啊！
给我一个吃！

又无视我！

真是的……

.....

怎么了，皆木同学？

这个嘛……如果老师
不开口的话，其实还
算比较可……



疼疼疼疼疼疼疼！
对不起，老师，对不起，
我说错话了！
把脚拿开吧！



砰——砰——
噼里啪啦！

哇噢——好漂亮的
焰火哦——

啪啦

好看就好……

咦

咦？

这就放完了？

噼里
啪啦！

啊！
又来了！

加油☆皆木同学 相对论

砰







补充说明

广义相对论里的时间延缓



刚才在漫画里说明了广义相对论里的“时间延缓”，下面我们再结合几个公式重新看看。

与之前的漫画相同，如图4.1假设有一座高塔，塔上站着A，塔下站着B，此外高塔旁的电梯里站着C。

假设这三个人分别拿着同样型号的计时器。但是，由于重力原因时空发生畸变，所以他们各自的时刻及时间推移的快慢可能会不一致。

那么，依据如下所示的3个条件来调查重力对时间推移快慢的影响。

- 在进行自由落体运动的电梯中为失重状态。
- 在电梯中狭义相对论成立，所以电梯中的计时器以恒定不变的时间间隔走针。
- 站在塔上的A和站在塔下的B的计时器分别以不同的恒定时间间隔走针。

下面，按照如下顺序调查重力对时间推移快慢的影响。

- 1.电梯刚要下落时校准A和电梯内C的计时器的指针，使其移动步幅一致。
- 2.在电梯下落的最后比较B和电梯内的C的计时器的走针快慢的程度。

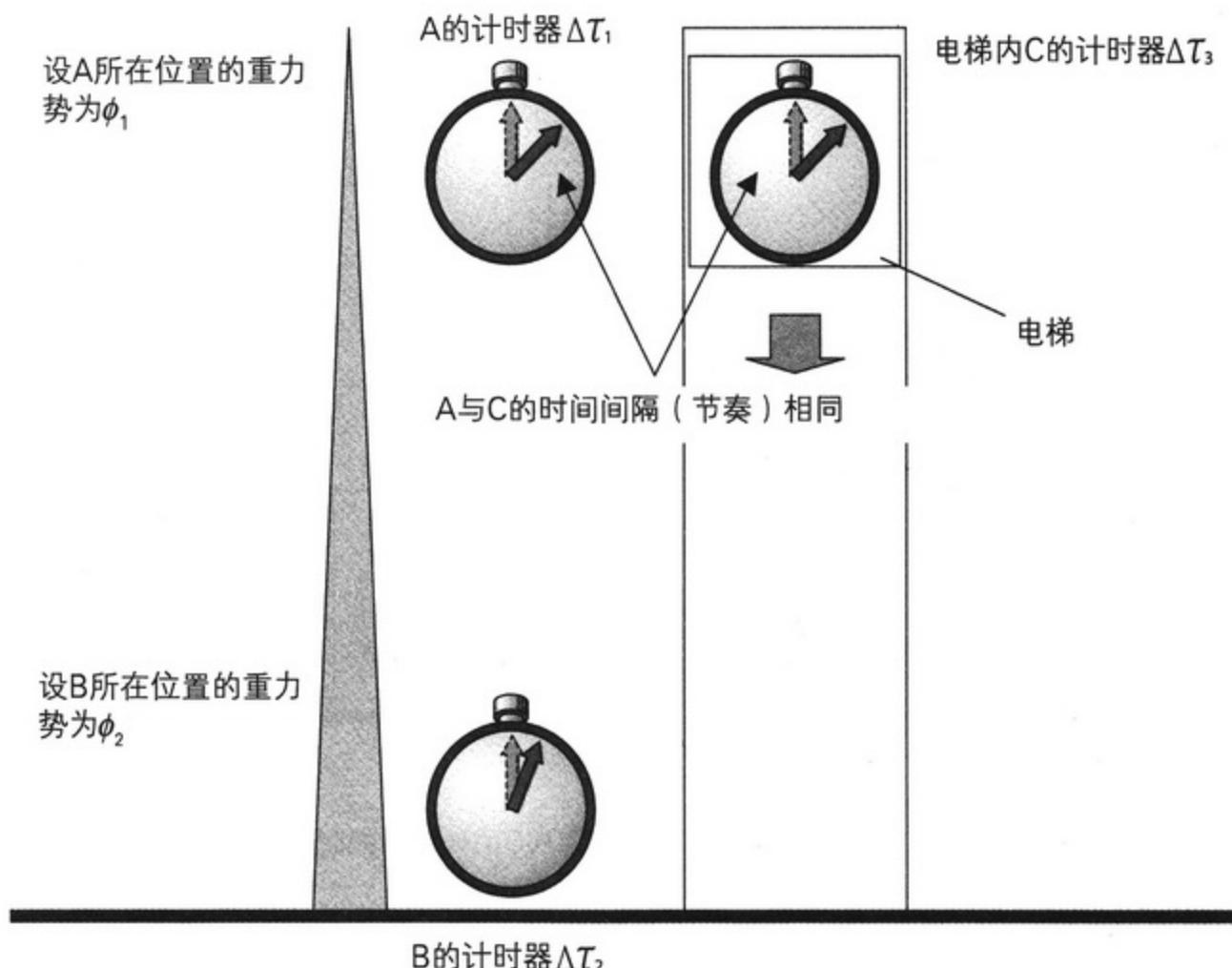
最开始，由于A和C位于同一高度，所以受同样的重力作用。

设此位置的高度方向为 z ，设重力势为 ϕ_1 。

所谓重力势，就是势能除以物体的质量。例如，在地球表面附近的重力势能为 mgh ，而重力势就是 gh 。

下面，校准A与C的时刻和时间推移的快慢程度，使其保持一致。

设A所在位置的时间快慢的程度为 $\Delta\tau_1$ ，而B所在的位置的时间快慢的程度为 $\Delta\tau_2$ 。



◆ 图4.1 电梯刚要下落时校准A与电梯内C的计时器的时间快慢程度，使其保持一致

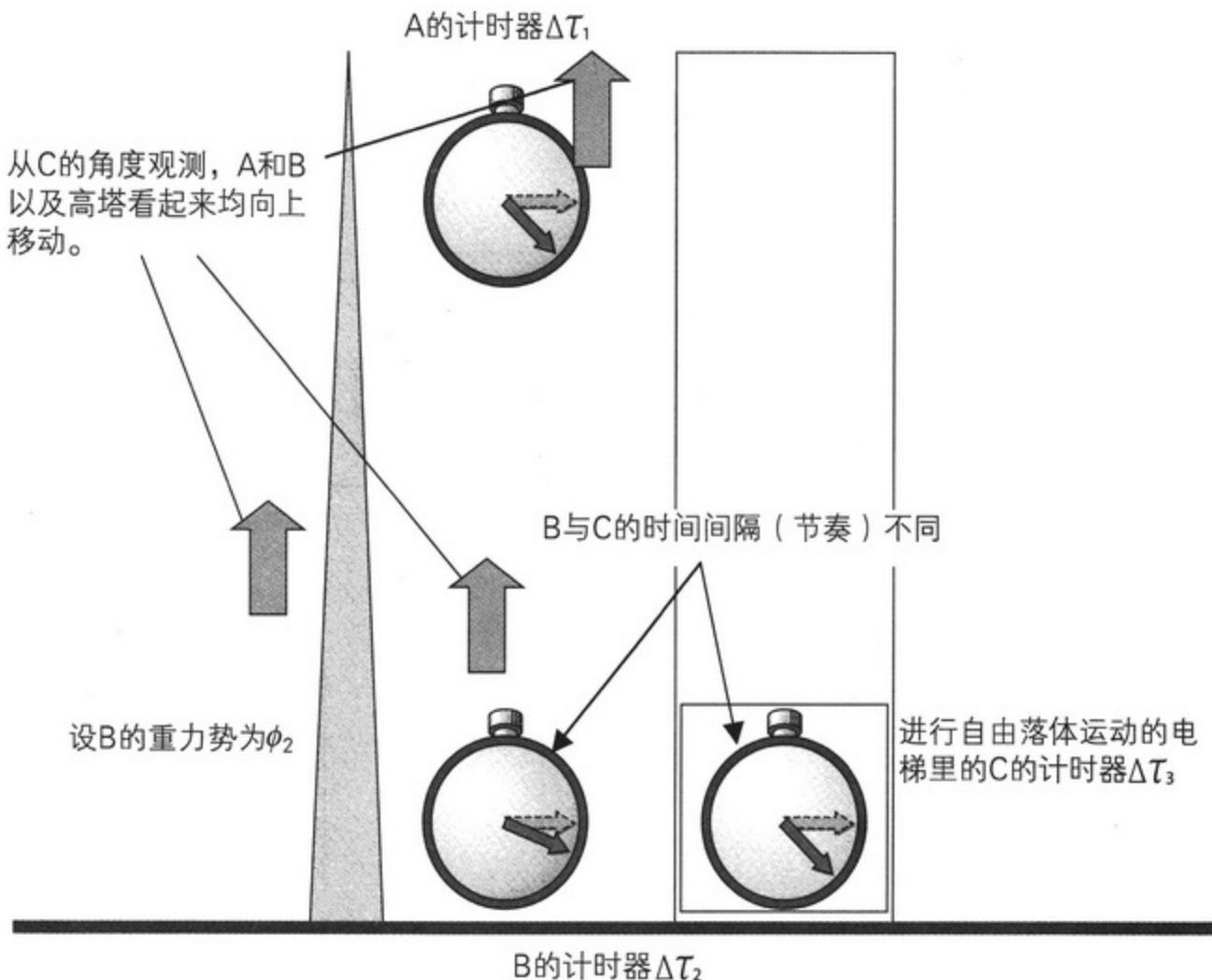
然后，悬吊着电梯的绳子突然断开，电梯开始进行自由落体运动。绳子刚断的瞬间，下落速度（在C的角度看为A向上飞的速度） $v=0$ ，所以A与C的计时器的节奏相同。

$$\Delta\tau_1 = \Delta\tau_3 \quad (1)$$

电梯受重力牵引，速度越来越快。

并且，电梯以某速度(v)通过B的身旁。

此时，电梯内的C观测B，与从周围看到的自己的运动（自塔由上而下坠落）正相反，应该会观测到B在自下而上地运动。



◆ 图4.2 在下落的最后比较B与电梯内C的计时器的时间快慢程度

当C穿过B身旁的一瞬间，根据相对论，

$$\Delta\tau_2 = \Delta\tau_3 \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \quad (2)$$

根据算式(1)和(2)，消掉 $\Delta\tau_3$ ，得到

$$\frac{\Delta\tau_2}{\Delta\tau_1} = \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} < 1 \quad (3)$$

所以B的计时器的走针快慢比C的计时器要走得慢。

并且，由于在刚开始下落前校准过A和C的时刻与时间的快慢程度，使其一致，且对于进行自由落体运动的C来说狭义相对论成立，所以C的计时器的时间快慢不会改变（即不会受重力的影响，而是以与在A点时同样的节奏走针）——结合这些考虑，则得出重力势较低的（离重力源更近的 ϕ_2 ）B的计时器的快慢程度比起重力势高（离重力源较远的 ϕ_1 ）的A的计时器要慢。

也就是说，重力势越低的位置，时间走得越慢。

在此，如果速度 v 较小，则可以使用牛顿力学（设公式 $x = \frac{v}{c}$ 则 $x \ll 1$ ）。

因此，当用 ϕ_1 表示 A 所在位置的重力势，用 ϕ_2 表示 B 所在位置的重力势时，则

$$\phi_1 > \phi_2$$

根据牛顿力学中的“动量守恒定律”，

由于 $(\phi_1 - \phi_2)m = \frac{1}{2}mv^2$ ，所以

$$\phi_1 - \phi_2 = \frac{1}{2}v^2 \quad (4)$$

在此，当 $x \ll 1$ 时，使用 $(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$ 这一近似公式。

那么，由于 $x = \frac{v}{c}$ 且 $x \ll 1$ ，所以得到

$$\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = (1 - x^2)^{\frac{1}{2}} \approx 1 - \frac{1}{2}x^2 = 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2$$

将此用于式子 (3)，得到

$$\frac{\Delta\tau_2}{\Delta\tau_1} = \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \approx 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2 \quad (5)$$

在此，根据式子 (4)，将

$$\frac{1}{2}v^2 = \phi_1 - \phi_2$$

代入式子 (5)，得到

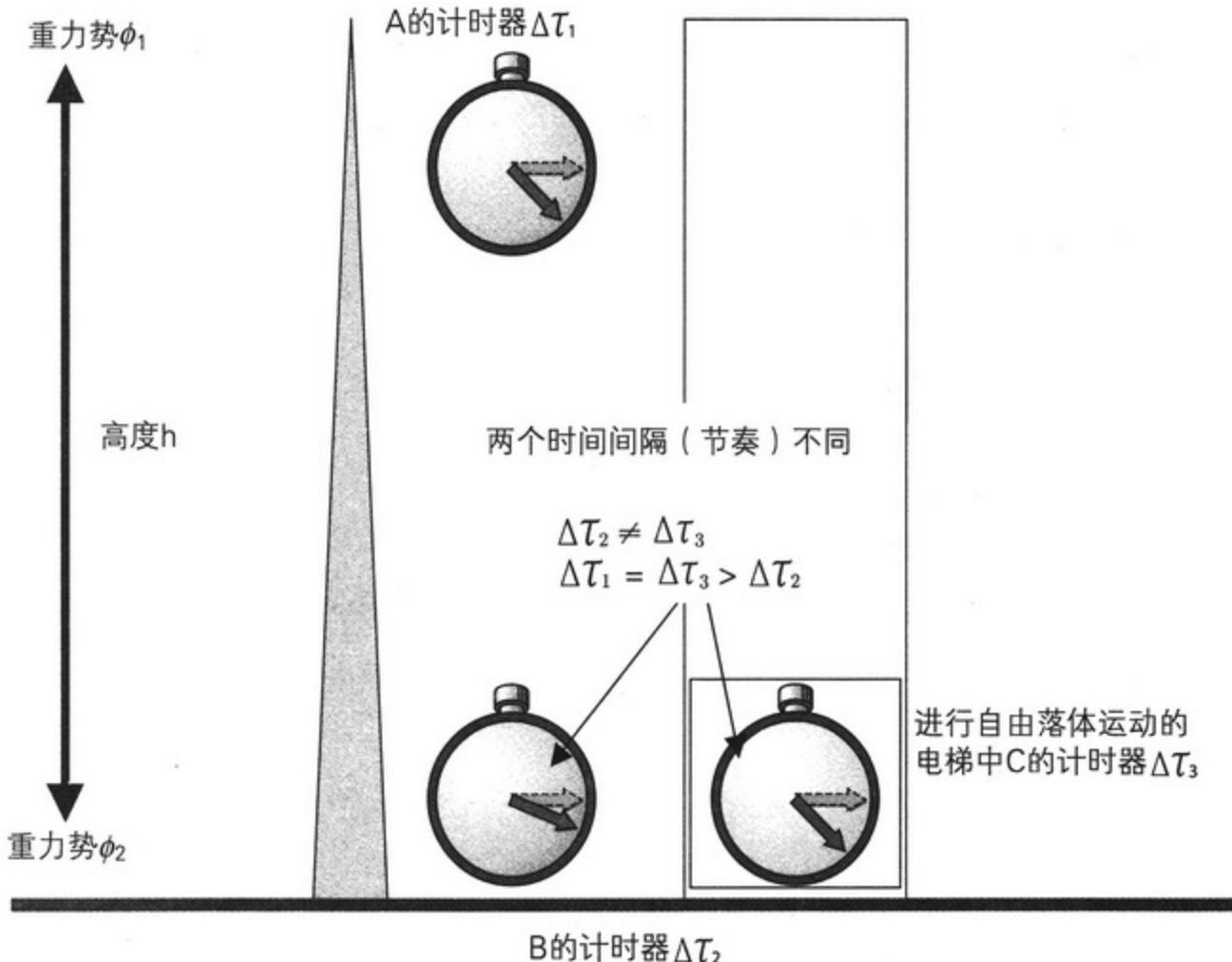
$$\frac{\Delta\tau_2}{\Delta\tau_1} \approx 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1 - \frac{\phi_1 - \phi_2}{c^2} \quad (6)$$

并且，将上面的式子稍作变形，

因为 $\frac{\phi_1 - \phi_2}{c^2} \approx 1 - \frac{\Delta\tau_2}{\Delta\tau_1} = \frac{\Delta\tau_1 - \Delta\tau_2}{\Delta\tau_1}$ 所以得到

$$\frac{\Delta\tau_1 - \Delta\tau_2}{\Delta\tau_1} \approx \frac{\phi_1 - \phi_2}{c^2} \quad (7)$$

也就是说，重力势与时间延缓的关系如式子(7)所示。



◆ 图4.3 地面上重力比较弱的情况

如图4.3所示，来分析一下地面上重力比较弱的情况。

如果设 $\phi_2=0$ ，则到 ϕ_1 的高度为 h ，如果设地面附近的重力加速度为 g ，则把 $\phi_1=gh$ 与 $\phi_2=0$ 代入式子(7)，得到

$$\frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\Delta T_1} \approx \frac{\phi_1 - \phi_2}{c^2} = \frac{gh - 0}{c^2} = \frac{gh}{c^2}$$

也就是说，如上面的式子所示，在较高位置的计时器会稍稍走动。

广义相对论中重力的本质



正如在漫画中所说明的一样，有质量的物体会导致周围的时空发生畸变。并且我们知道了，结果上，由于时空发生畸变会吸引周围的质量，产生与重力相同的效果。

爱因斯坦将这一现象总结在了名为“爱因斯坦重力场方程式”的公式中。

爱因斯坦的重力场方程式告诉我们，以往人们认为时间和空间（时空）是作为测量物体运动的标尺而存在的，然而实际上它们与物体本身有着更为密切的联系。

由广义相对论推导出的现象

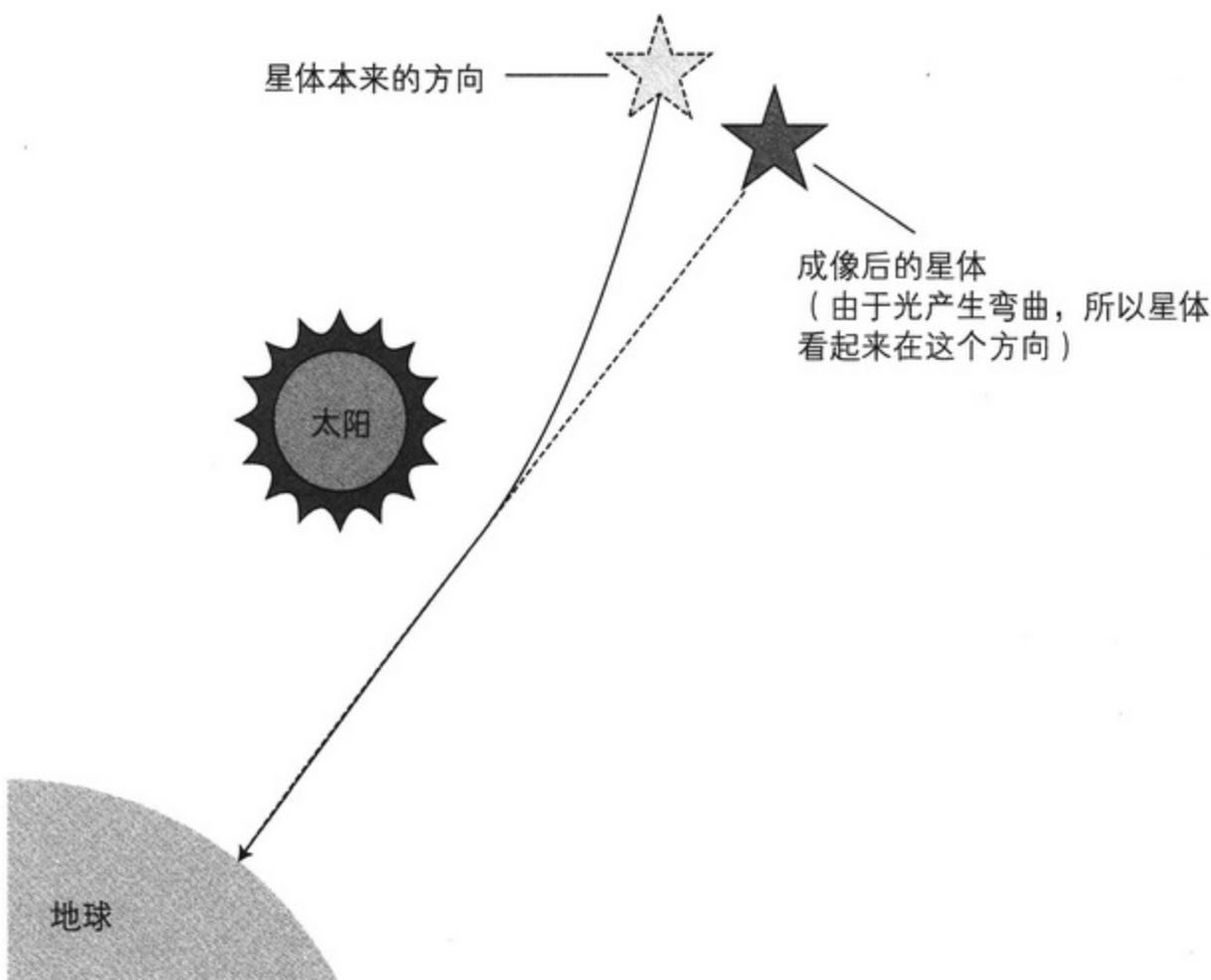


下面介绍几个能够由广义相对论推导出的现象。

- 引力透镜效应
- 水星的近日点移动
- 黑洞效应

■在大质量天体(例如太阳)附近发生的光的弯曲(引力透镜效应)

所谓引力透镜效应，是指光经过太阳附近时，光的前进方向弯曲的现象。

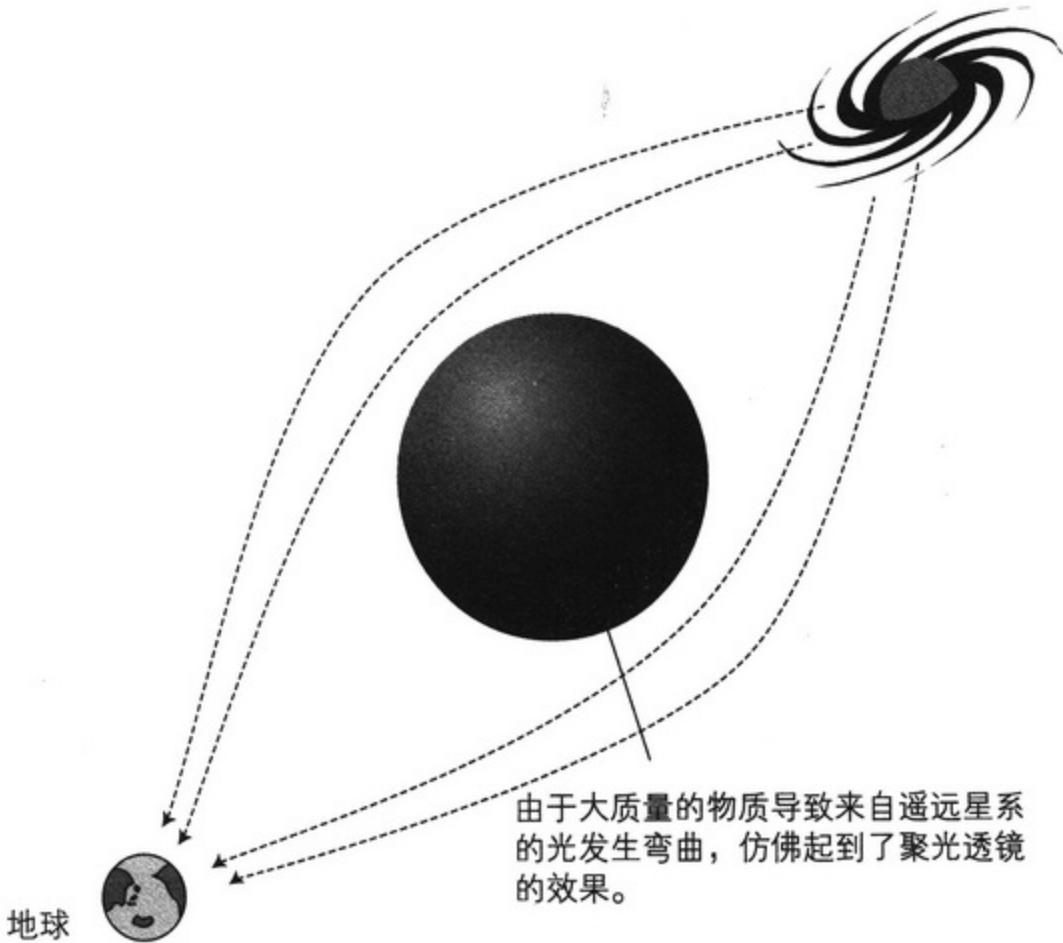


◆ 图4.4 大质量天体附近发生光的弯曲

如图4.4所示，在太阳的周边，太阳的大质量会导致空间发生弯曲。由于光会沿着弯曲的空间传播，所以来自遥远星体的光发生弯曲，星体的方向看起来有少许偏离。这种现象已经通过日全食得以确认。此现象用于首次验证广义相对论而出名。

此外，如图4.5所示，当光自遥远的星系传播过来时，如果中途有大质量的物体（如银河等），则会把来自遥远星系的光弯曲，仿佛中途放置了聚光透镜一般，遥远的星系等看起来会扭曲并形成了多重像。

这就叫做“引力透镜效应”。



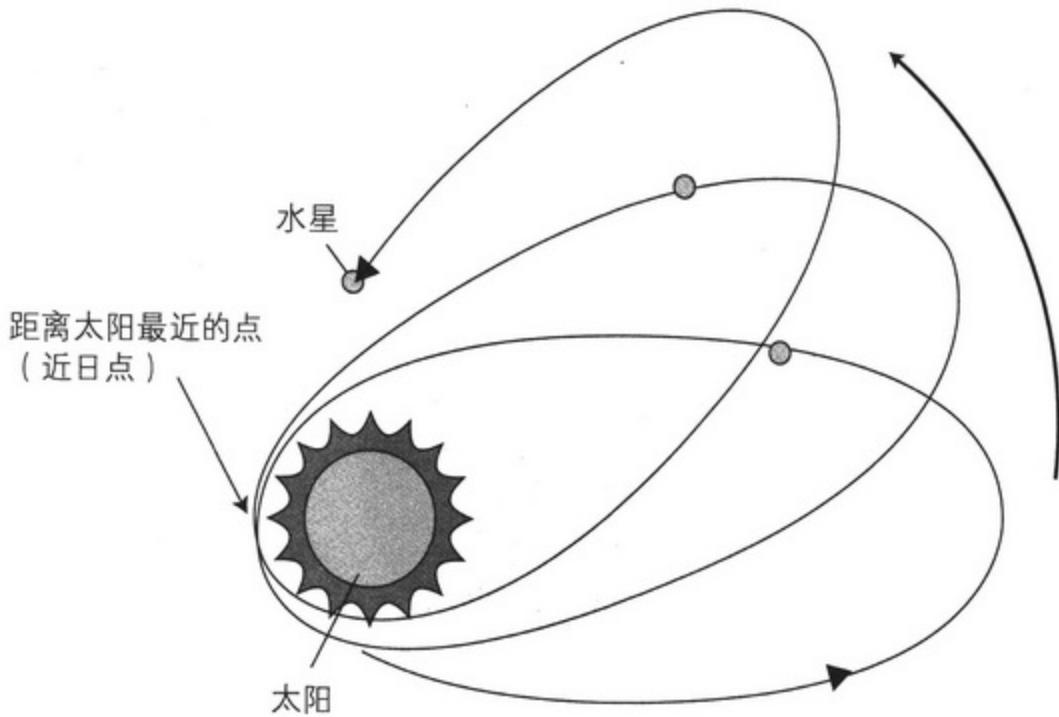
◆ 图4.5 引力透镜效应

■水星的近日点移动

所谓近日点，如图4.6所示，是指在行星轨道中，距离太阳（日）最近的一点。很早以前人们就发现水星的近日点具有进动现象。其进动量为每100年多旋转约574秒。不过，这里的“秒”不是时间的单位，而是角度的单位。1度的 $1/60$ 为1分，而1分的 $1/60$ 就是1秒。也就是说1秒等于 $1/3600$ 度。100年多旋转约574秒，就相当于100年仅出现0.16度左右的偏差。

然而应用牛顿力学，对是否来自于其他行星的重力影响等进行了多方调查，但怎么都不能解释多出来的43秒。

但是，应用广义相对论的理论，计算太阳导致的时空畸变，在调查水星的近日点进动量时，发现正好差了43秒。



◆ 图4.6 关于水星近日点进动的略图

■ 黑 洞

所谓黑洞，是指质量极其密集而导致重力加强，连光也无法向外逃逸的状态。

具有太阳质量好几倍的星体在终结其一生时，会发生超新星爆发。

这时，星体的中心聚集了非常大的质量，形成了重力变强的领域。

于是，由于重力过于强大，有时甚至连光都无法再向外逃逸，这就是黑洞。由于光无法逃逸，所以我们无法直接观测到黑洞。

但是，如果黑洞周围有其他星体存在，则会有气体从那些星体流到黑洞，形成吸积盘。并且已知当气体从吸积盘流入黑洞时，会放射出X射线及伽马射线。

而且终于在1971年，在天鹅座发现了黑洞存在的可能性。

如今，有人推测银河系的中心也可能存在一个超大的黑洞。



GPS与相对论

GPS (Global Positioning System) 使用24架围绕地球旋转的人工卫星来进行定位导航。

其定位的方法是，某卫星向地面发送含有电波的送信时刻的信号，然后由地面上的接收机（比如汽车导航）接收信号。

此时，信号的电波以光速（约 300000000m/s ）发送到接收机上。

而且接收信号时的时刻与发送时刻相比，用时间差乘以光速，即可得知卫星的距离。也就是说，假设卫星与接收机间的距离相差20000公里，则以 $20000000/300000000=0.067$ 秒将电波传送到接收机。这项运算由来自3架卫星的电波进行，能够准确地确定地面上的位置。

但是，如果这个时间差出现了误差，则卫星和接收机之间的距离也会产生误差。比如说卫星的送信时刻错了1微($\mu=10^{-6}$)秒，那么

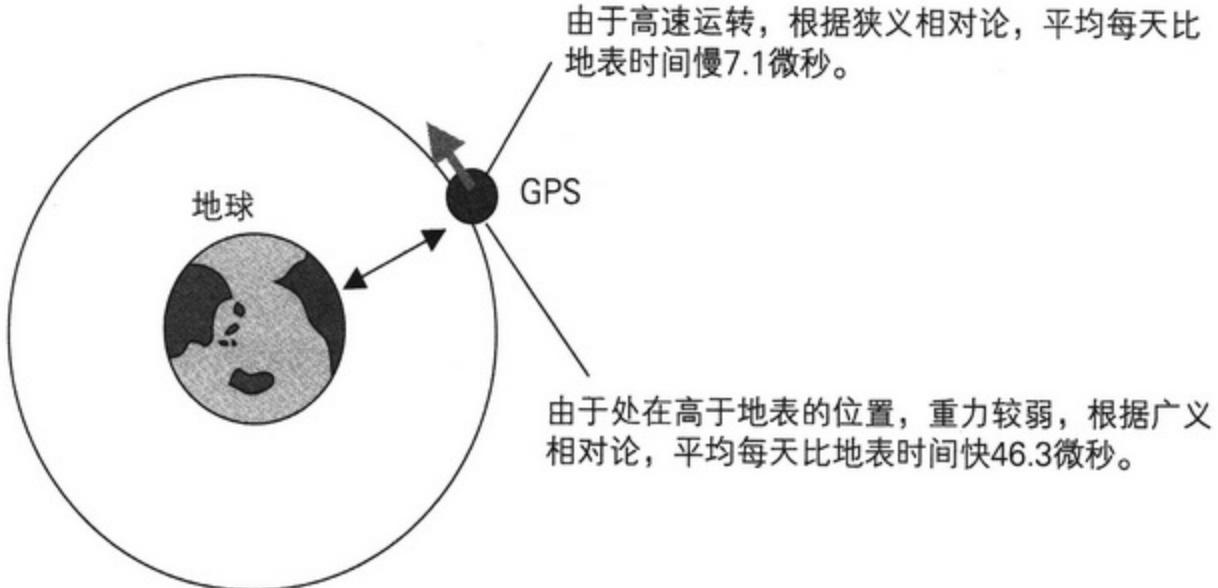
$300000000\text{m/s} \times 0.000001\text{s}=300\text{m}$ ——距离会相差300米之多。

GPS卫星绕着地球高速旋转，大约每12小时绕着高度20000公里的轨道转1圈。

因此，由于高速运转，根据狭义相对论的效应，每天会产生7.1微妙左右的时间延迟。

但是，由于位置地表，所以根据公式(7)所表示的广义相对论的效应，每天又会比地表时间快46.3微妙。

结果上，GPS会作出调整，平均每天延缓39.2微妙发送信号。就是这样，GPS是通过非常精密地考虑狭义和广义两种相对论的效应而精心设计出来的。



◆ 图4.7 GPS

嗯……写得还不错。

大概学园

总算得到校长的
认可了。

关于相对论的学习报告
如期交给您了。

原来如此。

原来相对论讲的是
这么回事啊。

你什么都没懂就
敢布置这么难的
作业！

那当然了！
谁让是我做主呢！

太可恶了！
校长你太过分了！

大概学园

怎么着怎么着?
敢跟校长叫板?

只要我高兴，想把你
怎么样就怎么样!

顶顶

呜呜……

都给我住手!

啪

啪

从今天开始，

滥用职权了!

我再也
不允许你，



可是，对于从先父继承的学校，
我也不可能不管不顾。

于是我留下了一封信，
装作离开学校的样子。

江一鸣对不起
对不起，不要怪我

这留言莫名其妙的……

于是，我时而易容成小狗的
样子，

比如光，当经
过由较强重力的……

变

汪

时而又化身成别的
样子，

一直自由地注视着这所
学校的点点滴滴！

连他都是你扮的？



那么，浦贺老师……

副校长就由你担任了！
拜托了！

什么？

啊？什么？

像我这样的能当好吗？这么重要的职位……

你心里早就乐开花了吧……

希望你今后继续发挥
一切为学生着想的精
神！

一，一定！请
一定让我尽一
点绵薄之力！

拜托，她哪里是一
切为学生着想了？
没看到她是怎么对
我的吗？

再说您这哪里是
“绵薄之力”啊？
好疼啊！疼，疼！

下面呢……
皆木同学！

疼
疼
疼……

怎么了？

对你这次的学习
报告，我很感动。

哦，啊……

作为学生们的模范，
你这个学生会主席干
得很出色！

在短短的学习时间里，
你能够掌握得这么快！

啊……
谢谢学园长的夸奖！

那么，一切即将告
一段落之际——

皆木同学，脸怎
么红了啊？

浦霞老师少管我！

沙沙

我宣布——
本书圆满收场！
汪汪！

啊哈哈哈哈

学校的前景可真让人
担忧啊……

大家好……

今天开始由我担任你们的校长——咦？够不到话筒。

狗开口说话了！

(O-4094.0102)

责任编辑：张丽娜 赵丽艳

责任制作：董立颖 魏 谨

封面制作：许思麒

用漫画这种形式讲数学、物理和统计学，十分有利于在广大青少年中普及科学知识。

周恩来、邓颖超秘书，周恩来邓颖超纪念馆顾问
中日友好协会理事，《数理天地》顾问，全国政协原副秘书长

赵丽艳

用漫画和说故事的形式讲数学，使面貌冷峻的数学变得亲切、生动、有趣，使学习数学变得容易，这对于提高全民的数学水平无疑是功德无量的事。

《数理天地》杂志社 社长 总编
“希望杯”全国数学邀请赛组委会 命题委员会主任

周国镇

用漫画的形式，讲解日常生活中的数学、物理知识，更能让大家感受到数学殿堂的奥妙与乐趣。

《光明日报》原副总编辑
中华炎黄文化研究会 常务副会长

鲁诗

科学漫画是帮助学习文科的人们用形象思维的方式掌握自然科学的金钥匙。

中国人民大学外语学院日语专业 主任
大学日语教学研究会 会长

成同社

在日本留学的时候，我在电车上几乎每次都能看到很多年轻的白领看这套图书，经济实惠、图文并茂、浅显易懂，相信这套图书的中文版也一定会成为白领们的手中爱物。

大连理工大学 能源与动力学院 博士 副教授

郭立新

我非常希望能够在书店里看到这样的书：有人物形象、有卡通图、有故事情节，当然最重要的还有深厚的理工科底蕴。我想这样的书一定可以大大提升孩子们的学习兴趣，降低他们对于高深的理工科知识的恐惧感。

北京启明星培训学校 校长

齐海平

书中的数学知识浅显实用，漫画故事的形式使知识贴近生活，概念更容易理解。

北京大学 数学科学学院 博士

张磊



科学出版社 东方科龙

<http://www.okbook.com.cn>
zhaoliyan@mail.sciencep.com

上架建议：科普/漫画

ISBN 978-7-03-029164-6



9 787030 291646 >

定价：32.00元